

湖泊水环境模糊数学评价模型 及其在富营养化排序中的应用

陈守煜

(大连理工大学, 大连 116024)

赵瑛琪

(辽宁师范大学, 大连 116022)

摘要 本文根据模糊水文学关于水体“清洁”与“污染”之间无明确界面, 在识别过程中具有模糊性的论点, 提出湖泊水环境评价的模糊数学模型。应用此模型对我国 12 个湖泊富营养化污染状况进行排序, 结果与实际相符。文中提出的评价模型, 原则上也适用于其他环境领域的评价工作。

关键词 湖泊水环境 模糊评价模型 湖泊富营养化 排序

1 前言

湖泊水环境的保护、评价与治理, 应引起高度重视。由于大量未经处理的工业废水与生活污水排入湖内, 而湖泊水体换水比较缓慢, 从而导致湖泊水环境的污染, 根据对 1982—1984 年我国 37 个湖泊水质调查资料的分析, 约有 54% 的湖泊受到有机物和营养物(N, P)比较严重的污染, 尤其以城郊湖泊更为突出^[1]。湖泊受到污染后, 不仅治理费工, 且湖泊水资源难以利用, 给湖区工农业生产与人民身体健康带来危害。

湖泊水环境评价是湖泊水污染治理的基础, 也是湖泊综合治理的一项重要内容。本文根据模糊水文学关于水环境的“清洁”与“污染”在划分中无明确的界面, 具有中介过渡性或模糊性的论点^[2], 提出湖泊水环境评价的模糊数学理论与模型, 供湖泊综合治理有关水污染治理中参考。

2 水环境质量评价模糊数学模型

水体的“清洁”与“污染”这一对立的观念之间, 在划分过程中具有模糊性, 这是水环境评价(包括湖泊水环境评价)的一个基本特性。因此, 水环境评价排序的基本任务是确定样本集 C 中的样本 j 对于模糊概念——清洁(记为 A)的隶属度: $U_A(j)$, 即确定映射

$$f: C \rightarrow [0, 1], \quad j \rightarrow U_A(j)$$

样本集关于隶属度 $U_A(j)$ 从大到小的排列, 给出样本污染程度由轻到重的相对排序, 从而为

• 博士学科点专项科研基金资助项目研究成果。

收稿日期: 1991 年 10 月 4 日; 接收日期: 1993 年 3 月 1 日。

水环境污染的评价提供了便利。

评价是在样本集 C 中进行,与 C 以外的样本无关,即在 C 中样本之间作“清洁”与“污染”的比较。这是水环境(含湖泊水环境)评价的相对性,是水环境评价的另一个基本特性。据此,可以由样本集 C 建立“清洁”与“污染”的相对标准,作为评价的相对准则。

设有 n 个水体污染样本组成样本集 C ,每个样本有 m 项污染指标,则有 $m \times n$ 阶水体污染指标矩阵

$$C = (c_{ij}) \quad (1)$$

式中 $i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n$ (以下同)。

为了进行水体污染程度模糊评价,需要将矩阵(1)转换为模糊矩阵。对指标值越大污染程度越重的情况,可采用公式:

$$f_{ij} = 1 - \frac{c_{ij}}{c_{i1} \vee c_{i2} \vee \dots \vee c_{in}} \quad (2)$$

反之,则用公式:

$$f_{ij} = \frac{c_{ij}}{c_{i1} \vee c_{i2} \vee \dots \vee c_{in}} \quad (3)$$

式中 f_{ij} 为样本 j 第 i 个指标对“清洁”的隶属度; \vee 为取大运算符。根据式(2)、(3)可将矩阵(1)转换为对应的污染指标模糊矩阵:

$$F = (f_{ij}) \quad (4)$$

m 项指标因其污染程度不同,应该具有不同的权重,指标污染越重,其权重越大,可按样本集各项污染指标值的大小确定其权重。设污染指标权向量为:

$$\vec{w} = (w_1, w_2, \dots, w_m) \quad (5)$$

满足 $\sum_{i=1}^m w_i = 1$ 。

根据水环境评价的相对性,可由模糊矩阵(4)建立“清洁”与“污染”的标准样本,作为评价的相对标准。可按式(6)、式(7)分别确定“清洁”、“污染”标准样本:

$$\begin{aligned} \vec{L} &= (l_1, l_2, \dots, l_m)^T \\ &= (f_{11} \vee f_{12} \vee \dots \vee f_{1n}, f_{21} \vee f_{22} \vee \dots \vee f_{2n}, \dots, f_{m1} \vee f_{m2} \vee \dots \vee f_{mn})^T \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \vec{P} &= (p_1, p_2, \dots, p_m)^T \\ &= (f_{11} \wedge f_{12} \wedge \dots \wedge f_{1n}, f_{21} \wedge f_{22} \wedge \dots \wedge f_{2n}, \dots, f_{m1} \wedge f_{m2} \wedge \dots \wedge f_{mn})^T \end{aligned} \quad (7)$$

式中 \wedge 为取小运算符。

样本 j 用向量可表示为

$$\vec{F}_j = (f_{1j}, f_{2j}, \dots, f_{mj})^T$$

样本 j 与清洁、污染标准样本的差异分别用广义权距离表示为:

$$\|\vec{w}(\vec{L} - \vec{F}_j)\| = \sqrt{\sum_{i=1}^m [w_i \cdot (l_i - f_{ij})]^2} \quad (8)$$

$$\|\vec{w}(\vec{F}_j - \vec{P})\| = \sqrt{\sum_{i=1}^m [w_i \cdot (f_{ij} - p_i)]^2} \quad (9)$$

根据水环境评价的模糊性,样本 j 以隶属度 $U_A(j)$ (以下简称为 U_j) 隶属于模糊集合 A ——清洁;同时,又以隶属度 $U_{A^c}(j)$ (以下简称为 U_j^c) 隶属于模糊集合 A^c ——污染。按模糊集合论的余集定义,有:

$$U_j^c = 1 - U_j \quad (10)$$

设 $\vec{U}_j = (u_1, u_2, \dots, u_n)$, $\vec{U}_j^c = (u_1^c, u_2^c, \dots, u_n^c)$

则有 $\vec{U}_j^c = 1 - \vec{U}_j$ (11)

以隶属度 \vec{U}_j 与 \vec{U}_j^c 为权重的加权广义权距离; $\vec{U}_j \|\vec{W}(\vec{L} - \vec{F}_j)\|$ 与 $\vec{U}_j^c \|\vec{W}(\vec{F}_j - \vec{P})\|$ 更完善地描述了样本 j 与“清洁”、“污染”标准样本之间的差异。

为了确定映射式 f , 拓展经典最小二乘法最优准则, 建立目标函数^[3]:

$$\min \{F(\vec{U}_j) = \sum_{j=1}^n [(\vec{U}_j \|\vec{W}(\vec{L} - \vec{F}_j)\|)^2 + ((1 - \vec{U}_j) \|\vec{W}(\vec{F}_j - \vec{P})\|)^2]\} \quad (12)$$

令: $\frac{dF(\vec{U}_j)}{d\vec{U}_j} = 0$, 得到水环境(包括湖泊水环境)评价的理论模型:

$$\vec{U}_j = \left\{ 1 + \frac{\sum_{i=1}^n [w_i \cdot (l_i - f_{ij})]^2}{\sum_{i=1}^n [w_i \cdot (f_{ij} - p_i)^2]} \right\}^{-1} \quad (13)$$

3 我国部分湖泊富营养化污染评价排序

我国 12 个湖泊富营养化污染指标值如表 1 所示^[4]。本文试应用上述评价模型对 12 个湖泊的富营养化污染状况作一评价排序。

表 1 我国 12 个湖泊富营养化污染指标值
Tab. 1 Recorded data of eutrophication indexes for 12 lakes in China

序号	湖泊名称	Chl.a (mg/m ³)	TP (mg/m ³)	TN (mg/m ³)	COD (mg/L)	SD (m)
1	邛海	0.88	130	410	1.43	2.98
2	洱海	4.33	21	180	3.38	2.4
3	博斯腾湖	4.91	50	969	5.42	1.46
4	于桥水库	16.2	26	1020	5.16	1.16
5	磁湖	15.38	87	1540	4.4	0.65
6	巢湖	14.56	140	2270	4.34	0.27
7	甘棠湖	77.7	135	2140	6.96	0.36
8	藤湖	82.4	332	2660	14.6	0.49
9	杭州西湖	95.94	136	2230	10.18	0.37
10	南京玄武湖	202.1	708	6790	8.86	0.31
11	武汉墨水湖	262.4	500	16050	13.6	0.15
12	广州东山湖	185.1	670	7200	14.8	0.26

根据表 1 可得我国 12 个湖泊水体 5×12 阶富营养化污染指标矩阵:

$$c = \begin{bmatrix} 0.88 & 4.33 & 4.91 & 16.2 & 15.38 & 14.56 & 77.7 & 82.4 & 95.94 & 202.1 & 262.4 & 185.1 \\ 130 & 21 & 50 & 26 & 87 & 140 & 135 & 332 & 136 & 708 & 500 & 670 \\ 410 & 180 & 969 & 1020 & 1540 & 2270 & 2140 & 2660 & 2230 & 6790 & 16050 & 7200 \\ 1.43 & 3.38 & 5.42 & 5.16 & 4.4 & 4.34 & 6.96 & 14.6 & 10.18 & 8.86 & 13.6 & 14.8 \\ 2.98 & 2.4 & 1.46 & 1.16 & 0.65 & 0.27 & 0.36 & 0.49 & 0.37 & 0.31 & 0.15 & 0.26 \end{bmatrix}$$

用式(2)与(3)将矩阵 C 转换为对应的富营养化污染指标模糊矩阵:

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0.98 & 0.98 & 0.94 & 0.94 & 0.95 & 0.70 & 0.69 & 0.63 & 0.23 & 0 & 0.30 \\ 0.82 & 0.97 & 0.93 & 0.96 & 0.88 & 0.80 & 0.81 & 0.53 & 0.81 & 0 & 0.29 & 0.05 \\ 0.97 & 0.99 & 0.94 & 0.94 & 0.90 & 0.86 & 0.87 & 0.83 & 0.86 & 0.58 & 0 & 0.55 \\ 0.90 & 0.77 & 0.63 & 0.65 & 0.70 & 0.71 & 0.53 & 0.01 & 0.31 & 0.40 & 0.08 & 0 \\ 1 & 0.81 & 0.49 & 0.39 & 0.22 & 0.09 & 0.12 & 0.16 & 0.12 & 0.10 & 0.05 & 0.09 \end{bmatrix}$$

按矩阵 \tilde{F} 与式(6)、(7)得

$$\tilde{L} = (1, 0.97, 0.99, 0.90, 1)^T$$

$$\tilde{P} = (0, 0, 0, 0, 0.05)^T$$

根据富营养化指标污染越重权越大的原则确定各项指标的权重。从样本各项富营养化指标污染状况整体出发考虑,将指标 i 的样本平均值 \bar{c}_i 与其重富营养标准值 s_i 进行比较,分别用比值 \bar{c}_i/s_i 、 s_i/\bar{c}_i 作为指标大污染重、指标大污染轻(如SD)的未归一化指标权重。根据表1可得

$$\bar{C} = (\bar{c}_1, \bar{c}_2, \bar{c}_3, \bar{c}_4, \bar{c}_5) = (80.16, 244.58, 3621.58, 7.76, 0.91)$$

采用文[4]提出的湖泊重富营养评价标准:

$$\bar{S} = (s_1, s_2, s_3, s_4, s_5) = (80, 200, 2000, 10, 0.40)$$

得未归一化指标权向量

$$\bar{W}' = (1, 1.22, 1.81, 0.78, 0.44)$$

则归一化指标向量为

$$\bar{W} = (0.19, 0.23, 0.34, 0.15, 0.09)$$

将矩阵 \tilde{F} 、向量 \tilde{L} 、 \tilde{P} 、 \bar{W} 中的有关数据代入模型式(13),得:

$$\bar{U}_j = (0.994, 0.997, 0.979, 0.976, 0.960, 0.936, 0.904, \\ 0.735, 0.859, 0.302, 0.023, 0.259)$$

根据 \bar{U}_j 可知 12 个湖泊富营养化污染状况由重到轻的排序为:(1)武汉墨水湖,(2)广州东山湖,(3)南京玄武湖,(4)蘑菇湖,(5)杭州西湖,(6)甘棠湖,(7)巢湖,(8)磁湖,(9)于桥水库,(10)博斯腾湖,(11)邛海,(12)洱海。

4 结 语

湖泊水环境评价是湖泊综合治理的基础,也是加强对湖泊水资源保护的一项依据。本文根据模糊水文学关于水体“清洁”与“污染”这一对立概念之间无明确界面,具有亦此亦彼性

的观点,提出水环境(包括湖泊水环境)评价的模糊数学排序模型。应用此模型对我国 12 个湖泊的富营养化污染状况进行了评价排序,结果表明武汉墨水湖富营养化污染最重,其次是广州东山湖。富营养化污染最轻的是洱海,与实际情况相符。

参 考 文 献

- 1 黄宜伟.太湖富营养化问题。见:第七届中日河工坝工会议论文集(中方分册),上海,1991:1—16。
- 2 陈守煜.模糊水文学的建立与前景。大自然探索,1992,11(1):24—28。
- 3 陈守煜.模糊水文学与水资源系统模糊优化原理。大连:大连理工大学出版社,1990:117—120。
- 4 舒金华.我国湖泊富营养化程度评价方法的探讨。环境污染与防治,1990,12(5):2—7。

FUZZY MATHEMATIC ASSESSMENT MODEL OF LAKE WATER ENVIRONMENT AND ITS APPLICATION TO LAKE EUTROPHICATION RANK

Chen Shouyu

(Dalian University of Technology, Dalian 116024)

Zhao Yingqi

(Liaoning Normal University, Dalian 116022)

Abstract

According to the thesis of fuzzy hydrology that there exists no definite limits between clean and polluted waters but fuzzy characteristics in the process of the recognition, the authors present the following fuzzy mathematic model of lake water environmental assessment and rank:

$$\bar{U}_j = \left\{ 1 + \frac{\sum_{i=1}^m [w_i \cdot (l_i - f_{ij})]^2}{\sum_{i=1}^m [w_i \cdot (f_{ij} - p_i)]^2} \right\}^{-1}, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

The model is applied to the rank of the eutrophication situations for 12 lakes in China, and the results are in agreement with the facts. Moreover, the model is suitable to the assessments in other environmental fields.

Key Words Lake water environment, fuzzy sets assessment model, lake eutrophication, rank