

## 基于 Copula 函数的东江流域 3 大水库丰枯遭遇分析\*

刘祖发<sup>1</sup>, 谭圣林<sup>2</sup>, 罗勇强<sup>1,3</sup>, 关 帅<sup>1</sup>

(1: 中山大学地理科学与规划学院水资源与环境系, 广州 510275)

(2: 北京大学城市人居环境科学与技术实验室, 深圳 518055)

(3: 珠江水资源保护科学研究所, 广州 510611)

**摘 要:** 东江流域在广东省政治、经济和社会中占有重要地位, 域内新丰江、枫树坝和白盆珠 3 大水库的来水量直接影响区域生产生活供水。面对水库群联合调度新要求, 本文利用 Copula 函数构建了 3 大水库入库流量的二维和三维联合分布, 分析其丰枯遭遇概率, 主要结论如下: (1) 3 大水库两两间丰枯同步的概率大于丰枯异步的概率, 非汛期丰枯同步的概率大于汛期。其中, 白盆珠与新丰江、枫树坝丰枯异步的概率相对较大, 这为其与另两个水库丰枯互补提供了可能; (2) 三维联合分布显示, 3 大水库丰枯同步的概率在全年、汛期和非汛期均较大, 依次为 42.29%、41.74% 和 51.99%, 其中同丰和同枯的概率远大于同平的概率。枫树坝与新丰江对下游具有补偿能力的概率分别为 29.81% 和 23.03%, 不具有补偿能力的概率分别为 32.75% 和 22.32%; (3) 利用 3 大水库的联合分布, 可获得各水库不同入库流量遭遇的概率以及特定概率下各水库入库流量的可能组合, 对 3 大水库联合优化调度具有重要的理论与实践价值。

**关键词:** 多变量水文分析; 丰枯遭遇; Copula 函数; 东江流域

## Study of the wetness-dryness encountering of inflow of the three biggest reservoirs in the Dongjiang River basin based on Copula functions

LIU Zufa<sup>1</sup>, TAN Shenglin<sup>2</sup>, LUO Yongqiang<sup>1,3</sup> & GUAN Shuai<sup>1</sup>

(1: *Department of Water Resources and Environment, School of Geography and Planning, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, P. R. China*)

(2: *Key Laboratory for Urban Habitat Environment Science and Technology, School of Environment and Energy, Peking University, Shenzhen 518055, P. R. China*)

(3: *Research Institute of Pearl River Water Resources Protection, Guangzhou 510611, P. R. China*)

**Abstract:** Dongjiang River basin holds an important political, economic and social status in Guangdong Province. The three biggest reservoirs, namely Xinfengjiang (XFJ), Fengshuba (FSB) and Baipenzhu (BPZ), provide most water for living and production in the basin. Considering the critical requirement of joint operation of multi-reservoirs, this paper constructed 2-dimensional and 3-dimensional joint distributions of inflow of the three biggest reservoirs based on Copula functions, and analyzed their wetness-dryness encountering probability. The results showed: (1) the synchronous wetness-dryness probabilities of any two reservoirs are higher than the asynchronous ones, and the synchronous wetness-dryness probabilities in flood seasons are higher than those in non-flood seasons. The synchronous wetness-dryness probabilities of BPZ and XFJ, or BPZ and FSB are relatively small, which offers the possibility of wetness-dryness compensation between BPZ and the other two reservoirs; (2) the 3-dimensional joint distribution indicated that the synchronous wetness-dryness probabilities of the three reservoirs in flood season, non-flood season and annual scale are 42.29%, 41.74% and 51.99%, respectively, with the probability of synchronous wetness and dryness much larger than that of synchronous normal ones. The probabilities that FSB and XFJ are able to compensate their lower basin are 29.81% and 23.03%, respectively, while that they cannot do are 32.75% and 22.32%, respectively; (3) By the joint distributions constructed above, we can get the probabilities of any inflow combinations of the three reservoirs, as well as diverse inflow combinations un-

---

\* 国家自然科学基金项目(51379223)资助。2014-03-07 收稿; 2014-05-03 收修改稿。刘祖发(1961~), 男, 博士, 副教授; E-mail: eeslzf@mail.sysu.edu.cn.

der certain probabilities.

**Keywords:** Multivariate hydrological analysis; wetness-dryness encountering; Copula functions; Dongjiang River basin

东江是珠江3大支流之一,流域内人口约占广东全省总人口的50%,GDP占全省总量的70%,在全省政治、经济和社会中占有重要地位<sup>[1]</sup>.东江是珠江三角洲东部的主要水源,其中,香港特别行政区80%的淡水引自东江<sup>[2]</sup>.作为基础性和战略性资源,东江水资源的丰枯状况直接影响流域内经济社会发展与稳定.然而,全球气候变化导致极端水文事件频发,增加了水资源的不确定性<sup>[3]</sup>.在此背景下,通过水库等水利工程调节和管理水资源显得尤为重要.

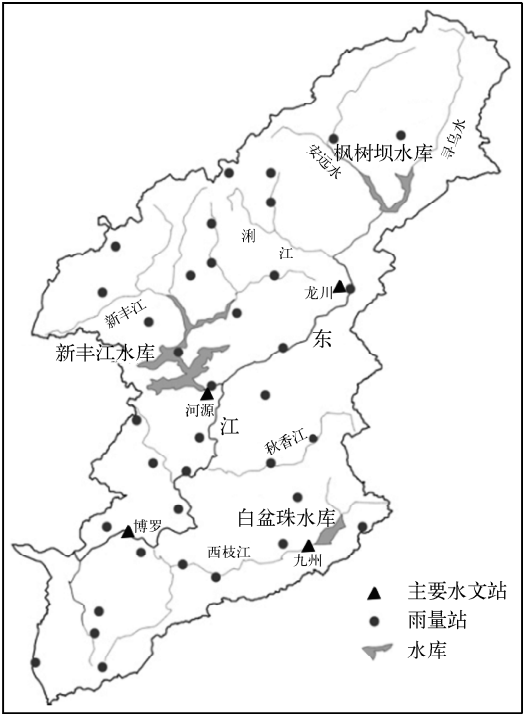


图1 东江流域3大水库位置  
Fig.1 Location of the three biggest reservoirs  
in Dongjiang River basin

东江流域3大水库自上游而下依次为枫树坝水库、新丰江水库和白盆珠水库(图1),3者分别位列广东省大型水库第2、1、5位,库容合计占东江流域大中水库总库容的92%,对流域内水量、水质和水生态调控具有重要作用<sup>[4-5]</sup>.近年来,随着各流域大批水库电站的建成和投入使用,水库群联合调度成为“节能发电”、“洪水资源化”时代背景下的新要求<sup>[6]</sup>.2008年,广东省政府颁布《广东省东江流域水资源分配方案》,要求3大水库实行防洪、供水、发电等多目标联合优化调度.水库来水特征是水库群联合调度设计的基础.面对新要求,研究3大水库入库流量的丰枯遭遇特性及丰枯补偿的可能性对水库群的优化调度具有重要意义.

不同水文区的丰枯遭遇本质上属于多变量联合概率和条件概率的问题.目前,多变量水文分析方法主要有多元正态分布法<sup>[7]</sup>、特定边缘分布构成的联合分布法<sup>[8]</sup>、非参数方法<sup>[9]</sup>、多维转一维方法<sup>[10]</sup>、经验频率法<sup>[11]</sup>等,但各方法均存在自身的局限与不足<sup>[12]</sup>.Copula函数克服了传统方法的不足,将联合分布分为边缘分布和相关性结构分别处理,具有很大的灵活性和适应性,在暴雨、洪水、干旱等水文事件分析中日益受到重视<sup>[13-17]</sup>.本文利用Copula

函数,构建新丰江水库、枫树坝水库和白盆珠水库入库流量的联合分布,分析3大水库的丰枯遭遇和补偿特性,以为水库群的联合调度提供理论参考和决策支持.

1 方法与数据

1.1 Copula 函数<sup>[18]</sup>

$n$ -维 Copula 函数是具有以下性质的函数  $C:I^n \rightarrow I$

- 1)  $C$  的定义域  $I^n \in [0, 1]^n$ ;
- 2)  $\forall u_a, u_b \in I^n$ , 只要  $\forall u_a, u_b \in I^n$  有一个分量大于  $u_b$  中的对应分量, 则  $C(u_a) \geq C(u_b)$ ;
- 3)  $\forall u \in I^n$ , 如果至少有一个  $u$  的分量等于零, 则  $C(u) = 0$ ; 如果除了  $u_k (X < x)$ ,  $Z < z$  的其它分量均为1, 则  $C(u_k) = u_k$ .

如果  $F_1, F_2, \dots, F_n$  是连续的一维分布函数, 令  $u_i = F_i$ , 则  $C(u_1, u_2, \dots, u_n)$  是一个边缘分布服从均匀 $[0,$

1] 的多元分布函数.

Copula 函数将联合分布分为变量的边缘分布和变量间的相关性结构分别处理,不要求变量同分布,可连接任意边缘分布构造联合分布,且转换过程中不产生信息失真,具有独特的优越性. Copula 函数大体上分为椭圆型、Archimedean 型和二次型. 本文主要采用在水文领域广泛应用的 Archimedean Copula. 该函数族构造相对简单,适应性强,可分为对称型和非对称型两种. 其中,对称型的构造形式为:

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n) = \varphi^{-1}[\varphi(u_1) + \varphi(u_2) + \dots + \varphi(u_n)] \quad (1)$$

式中,  $\varphi$  是 Copula 函数的生成元,是连续、严格递减的凸函数,满足  $\varphi(0) = \infty$ ,  $\varphi(1) = 0$ .  $\varphi^{-1}$  是  $\varphi$  的反函数,也是连续、严格递减的凸函数,满足  $\varphi^{-1}(\infty) = 0$ ,  $\varphi^{-1}(0) = 1$ . 常用的 4 种二维对称型 Archimedean Copula 函数及其性质如下:

Gumbel-Hougaard (GH) Copula 生成元  $\phi(t) = (-\ln t)^\theta$ ,适用于变量间正相关的情形.

$$C_\theta(u, v) = \exp(-[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta]^{1/\theta}), \theta \in [1, \infty) \quad (2)$$

Clayton Copula 生成元  $\phi(t) = t^{-\theta} - 1$ , Clayton Copula 仅能描述正相关的随机变量.

$$C(u, v) = (u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}, \theta \in (0, \infty) \quad (3)$$

Ali-Mikhail-Haq (AMH) Copula 生成元  $\phi(t) = \ln \frac{1-\theta(1-t)}{t}$ ,既能描述正相关的随机变量,也能描述负相关的随机变量,但不适用于非常高的正或负的相关关系.

$$C(u, v) = uv / (1 - \theta(1-u)(1-v)), \theta \in [-1, 1] \quad (4)$$

Frank Copula 生成元为  $\phi(t) = \ln \frac{e^{\theta t} - 1}{e^\theta - 1}$ ,既能描述正相关的随机变量,也能描述负相关性随机变量,且对相关程度无限制.

$$C(u, v) = \frac{1}{\theta} \ln \left( 1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right), \theta \in R \setminus \{0\} \quad (5)$$

式中,  $u, v$  为边缘分布函数,  $\theta$  为 Copula 函数的参数,下同.

由以上二维对称型 Copula 可推演得到相应的三维对称型 Copula 函数,但后者要求变量两两间的相关性结构相同或相似,限制了其应用. 此处采用对应的三维非对称型 Archimedean Copula,其表达式为:

Gumbel-Hougaard (GH) Copula:

$$C(u_1, u_2, u_3) = \exp\{-[( -\ln u_1)^{\theta_1} + (-\ln u_2)^{\theta_2}]^{\theta_2/\theta_1} + (-\ln u_3)^{\theta_1}\}^{1/\theta_1}, \theta_2 \geq \theta_1 \in [1, +\infty) \quad (6)$$

Clayton Copula:

$$C(u_1, u_2, u_3) = [(u_1^{-\theta_1} + u_2^{-\theta_1} - 1)^{\theta_2/\theta_1} + u_3^{-\theta_1} - 1]^{-1/\theta_1}, \theta_2 \geq \theta_1 \in [0, +\infty) \quad (7)$$

Ali-Mikhail-Haq (AMH) Copula:

$$C(u_1, u_2, u_3) = \frac{u_1 u_2 u_3}{[1 - \theta_1(1 - u_3)][1 - \theta_2(1 - u_2)(1 - u_1)] + \theta_1 u_1 u_2 (1 - u_3)}, \theta_2 \geq \theta_1 \in [-1, 1] \quad (8)$$

Frank Copula:

$$C(u_1, u_2, u_3) = -\theta^{-1} \ln[1 - (1 - e^{-\theta})(1 - e^{-\theta u_1})(1 - e^{-\theta u_2})(1 - e^{-\theta u_3})], \theta \in (0, +\infty) \quad (9)$$

式中,  $u_1, u_2, u_3$  为边缘分布函数,  $\theta_1$  和  $\theta_2$  为参数.

## 1.2 边缘分布

用适宜的边缘分布描述各单个变量是应用 Copula 函数的第一步. 不同地域的不同水文变量可能服从不同的分布. 针对东江流域 3 大水库的入库流量,本文采用 Pearson-III 分布(P-III)、极值分布(GEV)、指数分布

(EXP) 和对数正态分布 (LOGN) 对各变量进行拟合, 利用稳健性较好的线性矩法<sup>[19]</sup> 进行参数估计, 采用 Kolmogorov-Smirnov (K-S) 方法<sup>[20]</sup> 检验边缘分布的可行性, 并用均方根误差法 (RMSE)、概率点相关系数法 (PPCC)<sup>[21]</sup> 和 AIC 信息准则法<sup>[22]</sup> 评价确定最优的边缘分布. 其中, AIC 包括模型的偏差和模型参数导致的不稳定性, 计算方法为:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - x_i)^2 \tag{10}$$

$$AIC = n \ln(MSE) + 2m \tag{11}$$

式中,  $m$  为分布函数参数的个数. AIC 值越小, 说明分布函数的拟合效果越好.

1.3 Copula 函数的参数估计、拟合检验与优选

对于 4 种二维 Copula, 采用相关性指标法<sup>[23]</sup> 估算参数. 该方法如下:

1) 根据式 (12) 估算样本的 Kendall 相关系数:

$$\tau = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{1 \leq i < j \leq n} \text{sign}[(x_i - x_j)(y_i - y_j)] \tag{12}$$

式中,  $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$  为随机样本, sign 为符号函数.

2) 根据 Copula 函数的参数  $\theta$  与 Kendall 相关系数的关系计算  $\theta$ , 具体关系见文献[23].

对于 4 种三维 Copula, 相关性指标法不再适用, 采用极大似然法估计其参数.

在此基础上, 采用 K-S 检验联合分布的合理性, 采用 AIC 信息准则和 RMSE 进行拟合评价与函数优选.

1.4 丰枯遭遇

本文把丰枯指标分为丰、平、枯 3 级, 取丰、枯水划分的累积概率分别为  $p_f = 62.5\%$  和  $p_k = 37.5\%$ <sup>[11]</sup>, 即丰水:  $X_i > X_{pf}$ , 枯水:  $X_i < X_{pk}$ , 平水:  $X_{pk} < X_i < X_{pf}$ . 其中,  $X_i$  是第  $i$  年入库流量,  $X_{pk}$  和  $X_{pk}$  即为丰水或枯水分界值.

入库流量的丰枯遭遇本质上是特定条件下的联合概率问题. 设两个水库的入库流量分别为  $X, Y$ , 则两者同丰的概率为  $P(X > X_{pf}, Y > Y_{pf}) = 1 - u_{pf} - v_{pf} + C(u_{pf}, v_{pf})$ ,  $X$  丰  $Y$  枯的概率为  $P(X > X_{pf}, Y < Y_{pk}) = v_{pk} - C(u_{pf}, v_{pk})$ ;  $X$  平  $Y$  丰的概率为:  $P(X_{pk} < X < X_{pf}, Y < Y_{pf}) = u_{pf} - v_{pk} - C(u_{pf}, v_{pf}) + C(u_{pk}, v_{pf})$ . 式中,  $u_{pf}, v_{pf}, v_{pk}$  和  $u_{pk}$  分别为  $X_{pf}, Y_{pf}, Y_{pk}$  和  $X_{pk}$  的边缘分布函数值. 其它丰枯遭遇情形可依此类推进行计算.

1.5 数据

本文收集了 3 大水库 1986—2008 年的月入库流量资料, 将每年的 4 至 9 月定为汛期, 10 月至次年 3 月定为非汛期, 整理获得 3 大水库的汛期、非汛期和全年的入库流量序列, 据此利用 Copula 函数进行丰枯遭遇分析.

2 结果与分析

2.1 入库流量边缘分布的确定

采用 P-Ⅲ、GEV、EXP 和 LOGN 对 3 大水库汛期、非汛期和全年入库流量进行拟合, 并进行拟合检验与评价, 确定最优边缘分布, 拟合检验结果见表 1. 以新丰江汛期为例, 4 种分布的 K-S 检验值均小于临界值 0.3608, 说明它们在一定程度上均能代表样本的总体分布. 其中, 对数正态分布的 AIC 和 RMSE 值最小, PPCC 值最大, 故选其为最优边缘分布. 类似地, 确定其它水库不同时期的最优边缘分布.

2.2 Copula 函数的确定

采用二维 Copula 构造 3 大水库两两间的联合分布. 根据式 (12) 计算两库间的 Kendall 相关系数  $\tau$ , 进而计算得到 3 大水库不同时段入库流量二维 Copula 联合分布的参数 (表 2). 在汛期、非汛期和全年尺度上, 新丰江与枫树坝水库入库流量的 Kendall 相关系数均最高, 表明两者关系紧密, 大小一致性相对较好; 白盆珠与其它两个水库间的 Kendall 相关系数均较小, 表明其与另外两个水库在入库流量上的一致性相对较差. 利用 K-S 检验、AIC 信息准则和均方根误差最小法确定最优的二维 Copula 函数. 结果发现, 除了汛期新丰江与枫树坝两库间的最优二维 Copula 为 Clayton Copula 外, 其它情景下的最优二维 Copula 均为 GH Copula.

采用三维 Copula 构造 3 大水库的联合分布. 利用极大似然法进行参数估计, 然后进行拟合检验与评价, 结果见表 3. 类似地, 选出不同时期的最优三维 Copula 函数. 其中, 汛期和全年的最优 Copula 为 GH Copula, 非汛期 of Frank Copula.

表 1 3 大水库不同时期入库流量边缘分布拟合检验结果

Tab. 1 The fit test results of the marginal distributions of inflow of the three biggest reservoirs

时期	评价 指标	新丰江水库				枫树坝水库				白盆珠水库			
		GEV	EXP	LOGN	P-Ⅲ	GEV	EXP	LOGN	P-Ⅲ	GEV	EXP	LOGN	P-Ⅲ
汛期	AIC	-355.38	-230.42	<b>-368.05</b>	NA <sup>1)</sup>	<b>-225.56</b>	-160.27	-222.25	NA	<b>-142.99</b>	-119.79	-142.16	-140.58
	RMSE	0.0250	0.0914	<b>0.0220</b>	NA	<b>0.0366</b>	0.0957	0.0384	NA	<b>0.0392</b>	0.0678	0.0399	0.0413
	PPCC	0.9917	0.9055	<b>0.9930</b>	NA	<b>0.9903</b>	0.9037	0.9900	NA	<b>0.9865</b>	0.9627	0.9868	0.9875
	$D_{K-S}$ <sup>2)</sup>	0.0903	0.1571	<b>0.0812</b>	NA	<b>0.1266</b>	0.1956	0.1066	NA	<b>0.0973</b>	0.1535	0.0983	0.1019
非汛期	AIC	<b>-301.74</b>	-265.30	-285.31	-260.73	<b>-219.74</b>	-193.31	-210.34	-194.67	-134.21	-138.10	<b>-135.62</b>	-138.20
	RMSE	<b>0.0433</b>	0.0641	0.0512	0.0658	<b>0.0398</b>	0.0597	0.0455	0.0569	0.0475	0.0455	<b>0.0460</b>	0.0435
	PPCC	<b>0.9518</b>	0.9152	0.9406	0.9170	<b>0.9847</b>	0.9716	0.9805	0.9702	0.9704	0.9534	<b>0.9723</b>	0.9757
	$D_{K-S}$	<b>0.0917</b>	0.1276	0.1060	0.1315	<b>0.0964</b>	0.1385	0.1090	0.1338	0.1676	0.1130	<b>0.1634</b>	0.1549
全年	AIC	-325.13	-229.57	<b>-331.00</b>	-330.72	-226.32	-170.41	<b>-229.10</b>	-228.30	<b>-139.66</b>	-113.97	-138.80	-136.79
	RMSE	0.0341	0.0922	<b>0.0321</b>	0.0322	0.0362	0.0828	<b>0.0348</b>	0.0352	<b>0.0422</b>	0.0770	0.0429	0.0449
	PPCC	0.9849	0.9289	<b>0.9869</b>	0.9867	0.9837	0.9422	<b>0.9850</b>	0.9846	<b>0.9898</b>	0.9661	0.9897	0.9895
	$D_{K-S}$	0.0937	0.1796	<b>0.0916</b>	0.0916	0.0942	0.1709	<b>0.0914</b>	0.0920	<b>0.1117</b>	0.1535	0.1129	0.1145

1) NA: 由于新丰江水库和枫树坝汛期入库流量的偏态系数为负, 无法用 P-Ⅲ 型曲线拟合, 故无数据; 2) K-S 检验临界值  $D_c = 0.3608$ , 显著性水平 0.005; 加粗表示最优边缘分布.

表 2 3 大水库二维联合分布参数估计结果

Tab. 2 Parameter estimations of 2-dimensional joint distributions of any two of the three biggest reservoirs

水库	汛期					非汛期					全年				
	$\tau$	GH	Clayton	AMH	Frank	$\tau$	GH	Clayton	AMH	Frank	$\tau$	GH	Clayton	AMH	Frank
新丰江与枫树坝	0.5731	2.34	2.68	0.80	7.25	0.7549	4.08	6.16	0.88	14.46	0.6364	2.75	3.50	0.83	8.99
新丰江与白盆珠	0.3834	1.62	1.24	0.73	3.94	0.5099	2.04	2.08	0.78	5.92	0.4071	1.69	1.37	0.74	4.26
枫树坝与白盆珠	0.3834	1.62	1.24	0.73	3.94	0.4545	1.83	1.67	0.76	4.97	0.3123	1.45	0.91	0.71	3.06

表 3 3 大水库三维联合分布拟合检验结果\*

Tab. 3 The fit test results of the joint distribution of inflow of the three biggest reservoirs

时期	GH			Clayton			AMH			Frank		
	AIC	RMSE	$D_{K-S}$	AIC	RMSE	$D_{K-S}$	AIC	RMSE	$D_{K-S}$	AIC	RMSE	$D_{K-S}$
汛期	<b>-138.74</b>	<b>0.0449</b>	<b>0.2170</b>	-126.27	0.0589	0.2886	-101.04	0.1019	0.3567	-134.47	0.0493	0.2276
非汛期	-127.08	0.0579	0.2035	-97.47	0.1101	0.3638	-95.80	0.1142	0.3678	<b>-128.61</b>	<b>0.0560</b>	<b>0.2230</b>
全年	<b>-137.08</b>	<b>0.0466</b>	<b>0.2810</b>	-115.41	0.0746	0.3443	-96.05	0.1136	0.3780	-132.03	0.0520	0.2953

\* 加粗表示最优三维 Copula 函数.

2.3.3 大水库两两间丰枯遭遇分析

根据 3 大水库入库流量两两间的 Copula 函数, 可以得到相应的二维联合分布, 并据此计算特定条件下的联合概率. 对全年入库流量, 3 大水库两两间的二维联合概率  $P(X < x, Y < y)$  分布如图 2 所示. 据此可得两个水库入库流量同时小于任意特定值的概率, 以及特定概率下两个水库入库流量的可能组合, 尤其用于分析两库同枯的不利情景. 比如, 新丰江水库和枫树坝水库全年入库流量均小于  $20 \times 10^8 \text{ m}^3$  的概率为 0.5%,

新丰江水库全年入库流量小于 $40 \times 10^8 \text{ m}^3$ 且白盆珠水库全年入库流量小于 $10 \times 10^8 \text{ m}^3$ 的概率为10%。再如, 枫树坝水库和白盆珠水库的联合概率为0.5%时, 两者全年入库流量的组合可能为: 枫树坝水库小于 $30 \times 10^8 \text{ m}^3$ 且白盆珠水库小于 $5.3 \times 10^8 \text{ m}^3$ , 枫树坝水库小于 $20 \times 10^8 \text{ m}^3$ 且白盆珠水库小于 $6.5 \times 10^8 \text{ m}^3$ , 或枫树坝水库小于 $15 \times 10^8 \text{ m}^3$ 且白盆珠水库小于 $9.0 \times 10^8 \text{ m}^3$ 。

两个水库至少有一个的入库流量小于特定值的概率 $P(X < x \text{ 或 } Y < y)$ 见图3a, 该情景主要用于枯水预防。比如, 新丰江水库全年入库流量小于 $35 \times 10^8 \text{ m}^3$ 或枫树坝全年入库流量小于 $25 \times 10^8 \text{ m}^3$ 的概率是10%, 即平均来看每10年两库中至少有一库发生小于等于该量级的枯水。两个水库至少有一个的入库流量大于特定值的概率 $P(X > x \text{ 或 } Y > y)$ 见图3b, 据此可分析水库间以多补少的可行性。比如, 新丰江水库全年入库流量大于 $82 \times 10^8 \text{ m}^3$ 或白盆珠水库全年入库流量小于 $15 \times 10^8 \text{ m}^3$ 的概率是10%, 表明两库以多补少的概率不低于10%。

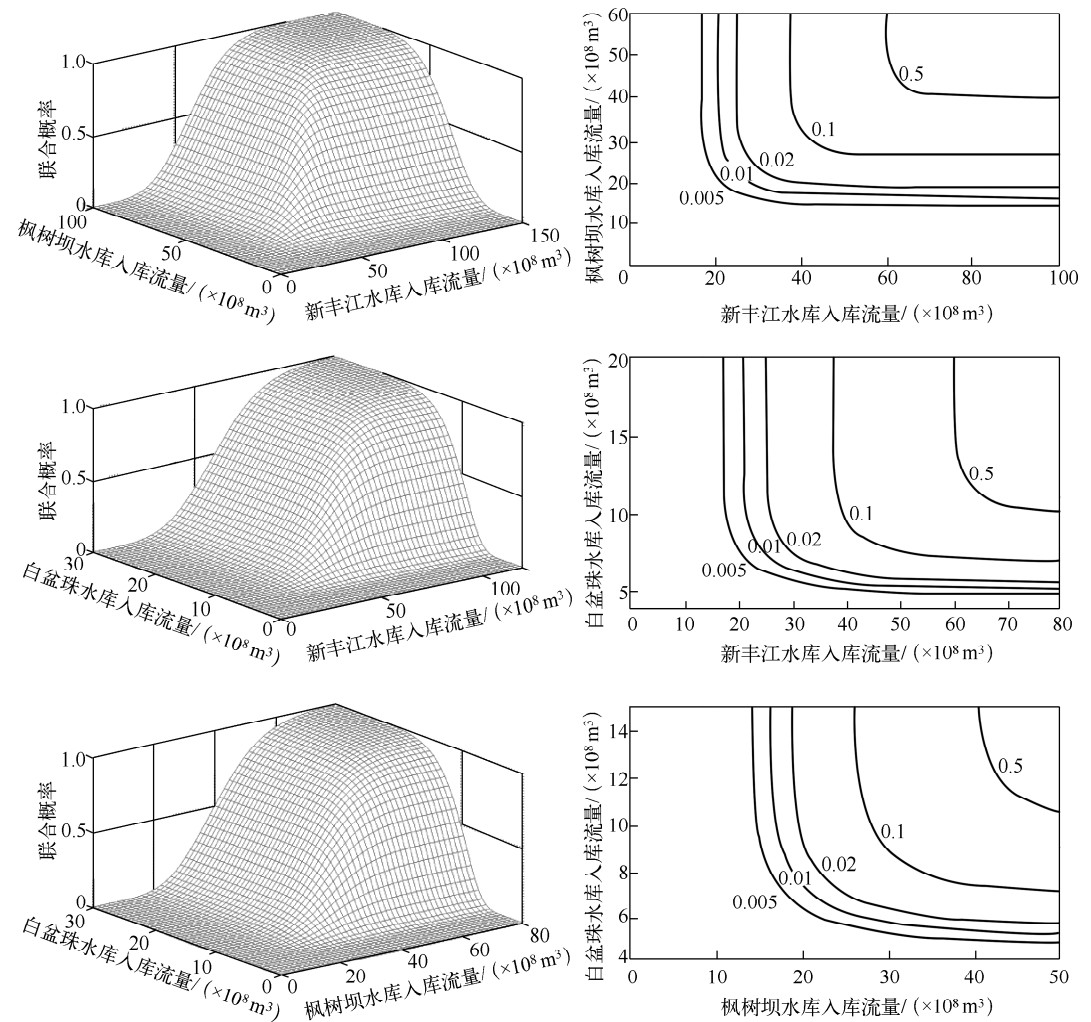


图2 3 大水库两两间入库流量(全年)联合分布及联合概率 $P(X < x, Y < y)$ 等值线图

Figure 2 The joint distributions and joint probability of annual inflow of any two reservoirs( $P(X < x, Y < y)$ )

两个水库入库流量同时大于特定值的概率 $P(X > x, Y > y)$ 见图4, 该情景可用于丰水调蓄分析。比如, 枫树坝水库年入库流量大于 $55 \times 10^8 \text{ m}^3$ 且白盆珠全年入库流量大于 $12 \times 10^8 \text{ m}^3$ 的概率是10%, 表明平均来看每10年两库将发生大于或等于上述量级的较丰入库流量, 水库可参考制订丰水调蓄预案。受篇幅限制, 此

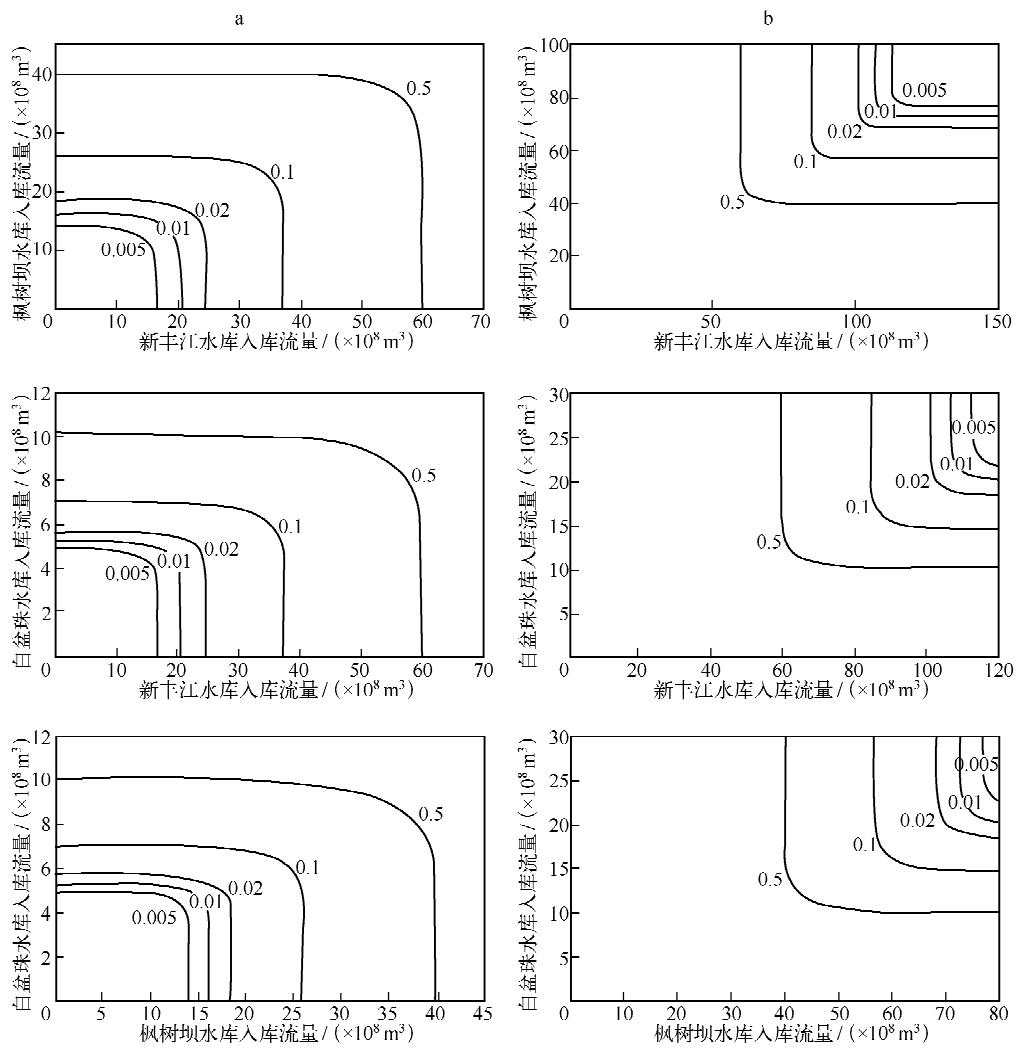


图 3 3 大水库两两间入库流量(全年)联合概率等值线图(a: $P(X < x \text{ 或 } Y < y)$ ;b: $P(X > x \text{ 或 } Y > y)$ )

Fig. 3 The contour maps of joint probability of annual inflow of any two reservoirs  
(a: $P(X < x \text{ 或 } Y < y)$ ;b: $P(X > x \text{ 或 } Y > y)$ )

处省略了汛期和非汛期 3 大水库上述 4 种联合概率的计算成果图。

3 大水库两两间丰、平、枯划分下的遭遇概率见表 4。总体而言,3 大水库两两间丰枯同步的概率大于丰枯异步的概率。其中,非汛期两库间丰枯同步的概率大于汛期,丰枯异步的概率小于汛期。同一时期,新丰江水库与枫树坝水库丰枯同步的概率最大,其中非汛期的丰枯同步概率高达 78.00%,全年丰枯同步的概率为 69.18%。新丰江水库与白盆珠水库,及枫树坝水库与白盆珠水库丰枯同步、丰枯异步的概率差异不显著,两者均位于 50% 左右,以丰枯同步的概率稍高。这是由于新丰江水库与枫树坝水库入库流量的一致性较好,而白盆珠与其它两个水库间的一致性相对较差所致,这为新丰江、枫树坝两库与白盆珠水库相互补偿提供了可能。

在丰枯同步情景中,两库同丰与两库同枯的概率相近,均位于 20%~33% 之间;两库同平的概率最小,位于 7%~15% 之间。在丰枯异步情景中,同一时期两库一平一枯的概率最大,一丰一平的概率居中,一丰一枯的概率最小(汛期新丰江水库与枫树坝水库例外)。

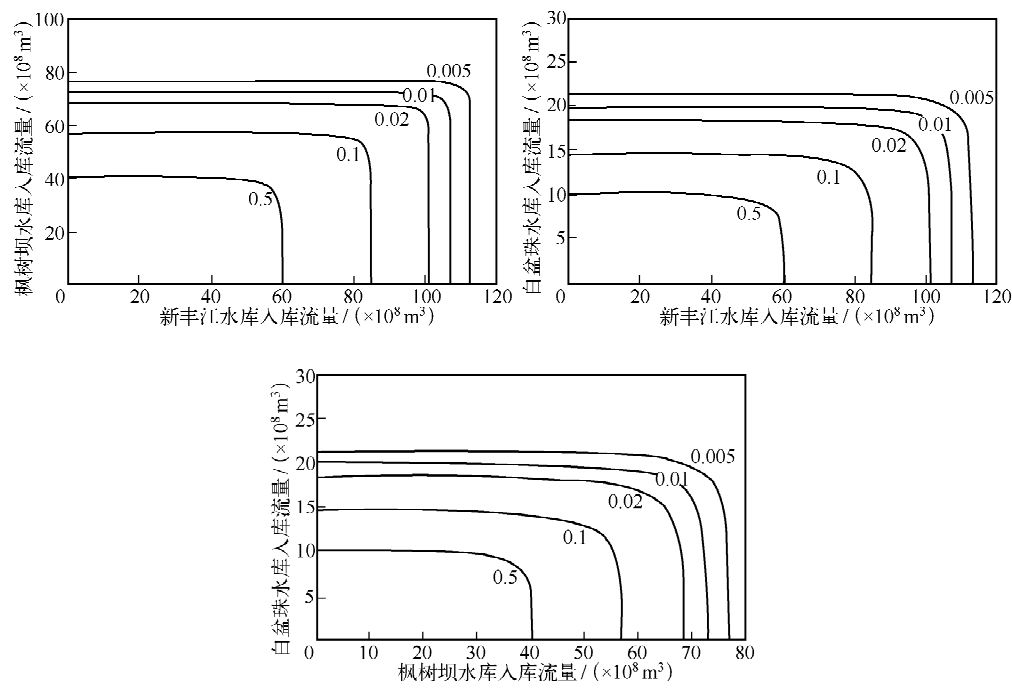


图 4 3 大水库两两间入库流量(全年)联合概率  $P(X > x, Y > y)$  等值线图

Fig. 4 The contour maps of joint probability of annual inflow of any two reservoirs ( $P(X > x, Y > y)$ )

表 4 3 大水库两两间不同时期典型丰枯遭遇概率(%)

Tab. 4 The wetness-dryness encountering probabilities of any two reservoirs' inflow of different periods

		汛期			非汛期			全年		
		A:新丰江	A:新丰江	A:枫树坝	A:新丰江	A:新丰江	A:枫树坝	A:新丰江	A:新丰江	A:枫树坝
		B:枫树坝	B:白盆珠	B:白盆珠	B:枫树坝	B:白盆珠	B:白盆珠	B:枫树坝	B:白盆珠	B:白盆珠
丰枯同步	AB 同丰	26.09	23.63	23.63	32.29	26.68	25.34	29.62	24.25	21.86
	AB 同平	9.99	7.84	7.84	14.44	9.14	8.49	11.25	8.06	7.34
	AB 同枯	29.35	22.21	22.21	31.27	25.22	23.87	28.31	22.81	20.56
丰枯异步	A 丰 B 枯	2.27	6.00	6.00	0.44	3.63	4.64	1.66	5.50	7.46
	A 丰 B 平	9.14	7.87	7.87	4.77	7.20	7.52	6.22	7.75	8.18
	A 平 B 丰	9.14	7.87	7.87	4.77	7.20	7.52	6.22	7.75	8.18
	A 平 B 枯	5.88	9.29	9.29	5.79	8.66	8.99	7.53	9.19	9.48
	A 枯 B 丰	2.27	6.00	6.00	0.44	3.63	4.64	1.66	5.50	7.46
丰枯同步	A 枯 B 平	5.88	9.29	9.29	5.79	8.66	8.99	7.53	9.19	9.48
		65.43	53.68	53.68	78.00	61.04	57.70	69.18	55.11	49.75
丰枯异步		34.57	46.32	46.32	22.00	38.96	42.30	30.82	44.89	50.25

2.4 3 大水库丰枯遭遇分析

利用三维 Copula 函数构建的 3 大水库联合分布,计算得到 3 大水库的丰枯遭遇概率(表 5).3 大水库丰枯同步的概率在全年、汛期和非汛期均较大,依次为 42.29%、41.74% 和 51.99%.这是由于 3 大水库地理位置相近,水文气候性质相似,导致丰枯一致性相对较高.非汛期的丰枯同步概率明显高于汛期.这是因为径流在非汛期主要受地下水补给,而在汛期径流同时受地下水和降雨补给,后者的空间分布差异<sup>[24]</sup>降低了 3 大水库的丰枯一致性.在丰枯同步情景中,同丰和同枯的概率远大于同平的概率.如对全年而言,同丰和同



枯的概率分别为 20.80% 和 17.82% ,而同平的概率仅为 3.67% .

东江自上游而下依次为枫树坝、新丰江和白盆珠水库. 当上游水库来水充沛而下游水库来水偏少时,则前者可在一定程度上补偿后者. 具体而言,当枫树坝水库是丰水,而新丰江与白盆珠水库至少有一个是平水或枯水时,枫树坝水库对下游具有良好的补偿能力,这种丰枯遭遇的概率合计为 16.70% ;当枫树坝是平水,而新丰江与白盆珠水库至少有一个是枯水时,枫树坝水库对下游具有一定的补偿能力,这种丰枯遭遇的概率合计为 13.11% ;故枫树坝水库对下游具有补偿能力的概率合计为 29.81% . 当新丰江水库为丰水,白盆珠水库为枯水或平水时,新丰江水库对下游具有良好的补偿能力,概率为 13.76% ;当新丰江水库为平水,白盆珠水库为枯水时,新丰江水库对下游具有一定的补偿能力,概率为 9.27% ;故新丰江水库对下游具有补偿能力的概率合计为 23.03% . 当枫树坝水库为枯水,新丰江与白盆珠水库至少有一个也为枯水,或当新丰江和白盆珠水库均为枯水时,枫树坝与新丰江水库对下游均无补偿能力,这种丰枯遭遇的概率分别为 32.75% 和 22.32% .

表 5 3 大水库不同时期典型丰枯遭遇概率( % )

时期		新丰江丰			新丰江平			新丰江枯		
		枫树坝丰			枫树坝平			枫树坝枯		
		枫树坝丰	枫树坝平	枫树坝枯	枫树坝丰	枫树坝平	枫树坝枯	枫树坝丰	枫树坝平	枫树坝枯
全年	白盆珠丰	20.80	2.55	0.40	2.55	3.69	1.61	0.40	1.61	3.90
	白盆珠平	5.35	1.98	0.51	1.98	3.67	2.22	0.51	2.22	6.53
	白盆珠枯	3.42	1.71	0.78	1.71	3.84	3.72	0.78	3.72	17.82
汛期	白盆珠丰	20.97	2.96	0.65	2.96	3.14	1.58	0.65	1.58	3.01
	白盆珠平	4.42	2.33	0.93	2.33	3.38	2.48	0.93	2.48	5.73
	白盆珠枯	2.17	1.66	1.41	1.66	3.15	4.32	1.41	4.32	17.39
非汛期	白盆珠丰	23.29	2.00	0.03	2.00	5.38	0.85	0.03	0.85	3.07
	白盆珠平	6.69	1.48	0.05	1.48	5.66	1.40	0.05	1.40	6.78
	白盆珠枯	2.90	0.98	0.07	0.98	5.04	2.22	0.07	2.22	23.03

3 结论

利用 Copula 函数,构建了东江流域新丰江、枫树坝和白盆珠 3 大水库入库流量的二维和三维联合分布,对其丰枯遭遇进行分析,主要结论如下:

- 1) 通过构建 3 大水库的联合分布,可以获得水库间不同入库流量条件下的概率,以及特定概率下不同水库入库流量的可能组合,对 3 大水库的联合优化调度具有重要的理论与实践价值.
- 2) 3 大水库两两间丰枯同步的概率大于丰枯异步的概率,非汛期两库丰枯同步的概率大于汛期. 新丰江与枫树坝水库入库流量的一致性较好,同一时期两者丰枯同步的概率最大;白盆珠与新丰江、枫树坝入库流量的一致性相对较差,丰枯异步的概率相对较大,这为其它两个水库与白盆珠水库丰枯互补提供了可能.
- 3) 对 3 大水库三维联合分布研究显示,3 大水库丰枯同步的概率在全年、汛期和非汛期均较大,依次为 42.29%、41.74% 和 51.99% ,其中同丰和同枯的概率远大于同平的概率. 枫树坝与新丰江水库对下游具有补偿能力的概率分别为 29.81% 和 23.03% ,不具有补偿能力的概率分别为 32.75% 和 22.32% .

4 参考文献

[ 1 ] 严 彬. 东江流域降水特性分析. 广东水利水电,2011,8:57-60.

[ 2 ] Chen YD, Zhang Q, Lu X *et al.* Precipitation variability ( 1956 - 2002 ) in the Dongjiang River ( Zhujiang River basin, China ) and associated large-scale circulation. *Quaternary International*, 2011, **244**(2):130-137.

[ 3 ] IPCC. Summary for policymakers. Climate Change 2007: The Physical Science Basis: Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change, 2007.

[ 4 ] 黄国如,李 春. 东江干流突发性重金属污染的水库调度效应研究. 水电能源科学,2013,31(6):82-85.

- [ 5 ] 胡 培,陈晓宏. 东江三大水库联合调度下惠州河段水温变化响应研究. 水文, 2013, **33**(1) :38-43.
- [ 6 ] 郭生练,陈炯宏,刘 攀等. 水库群联合优化调度研究进展与展望. 水科学进展, 2010, **21**(4) :496-503.
- [ 7 ] Yue S. Joint probability distribution of annual maximum storm peaks and amounts as represented by daily rainfalls. *Hydrological Science Journal*, 2000, **45**(2) :315-326.
- [ 8 ] Kotz S, Balakrishnan N, Johnson NL. Continuous multivariate distributions. New York: Wiley, 2000.
- [ 9 ] Kim T, Valdés JB, Yoo C. Nonparametric approach for bivariate drought characterization using Palmer drought index. *Journal of Hydrologic Engineering*, 2006, **11**(2) : 134-143.
- [ 10 ] 费永法. 多元随机变量的条件概率计算方法及其在水文中的应用. 水利学报, 1995, (8) :60-66.
- [ 11 ] 郑红星,刘昌明. 南水北调东中两线不同水文区降水丰枯遭遇性分析. 地理学报, 2000, **55**(5) :523-532.
- [ 12 ] 郭生练,闫宝伟,肖 义等. Copula 函数在多变量水文分析计算中的应用及研究进展. 水文, 2008, (3) :1-7.
- [ 13 ] Genest C, MacKay J. The joy of copulas: Bivariate distributions with uniform marginals. *American Statistician*, 1986, (40) : 280-283.
- [ 14 ] Shiau JT. Fitting drought and severity with two-dimensional copulas. *Water Resources Management*, 2006, **20**(5) : 795-815.
- [ 15 ] Favre A, El Adlouni S, Perreault L *et al.* Multivariate hydrological frequency analysis using copulas. *Water Resources Research*, 2004, **40**: W01101.
- [ 16 ] Salvadori G, de Michele C. Frequency analysis via copulas: Theoretical aspects and applications to hydrological events. *Water Resources Research*, 2004, **40**(12) : W12511.
- [ 17 ] Zhang L, Singh VP. Bivariate rainfall frequency distributions using Archimedean copulas. *Journal of Hydrology*, 2007, **332**: 93-109.
- [ 18 ] NelsonRB. An introduction to Copulas. New York: Springer, 1999.
- [ 19 ] Hosking JRM, Wallis JR. Regional frequency analysis: An approach based on L-moments. UK: Cambridge University, 1997.
- [ 20 ] Massey Jr FJ. The Kolmogorov-Smirnov test for goodness of fit. *Journal of the American statistical Association*, 1951, **46**(253) : 68-78.
- [ 21 ] Filliben JJ. The probability plot correlation coefficient test for normality. *Technometrics*, 1975, **17**(1) : 111-117.
- [ 22 ] Bozdogan H. Model selection and Akaike's information criterion (AIC): The general theory and its analytical extensions. *Psychometrika*, 1987, **52**(3) : 345-370.
- [ 23 ] Genest C, Rivest LP. Statistical inference procedures for bivariate Archimedean Copulas. *American Statistical Association*, 1993, **88**(423) : 1034-1043.
- [ 24 ] 刘德地,陈晓宏. 东江流域降水场时空分布特征分析. 水文, 2008, **28**(2) :82-86.