

# 太湖藻类生长模型研究<sup>\*</sup>

许秋瑾 秦伯强 陈伟民 陈宇炜 高光

(中国科学院南京地理与湖泊研究所, 南京 210008)

**提 要** 本文提出了一个改进的藻类生长模型及其新颖的计算机模拟算法, 该模型不但考虑了水温、总氮、总磷、浮游动物和辐射等因素对藻类生长率的影响, 而且根据水温、总磷和藻类浓度等因素对藻类死亡率进行了修正, 从而能更加精确地描述藻类生长的过程。在藻类生长模型计算机模拟中, 稳定性和计算精度是至关重要的, 因此, 本文建立了具有绝对稳定性和二阶精度的数值算法求解藻类生长模型中的偏微分方程组。此外, 为了进一步验证该藻类生长模型的性能, 本文采用了 1998 年度太湖中有关采样点总氮、总磷、水温及日辐射量等的实测值进行模拟。由于实测值为每个月中某一天的测量值, 为了模拟过程能正确进行, 本文采用样条插值的方法估计出每一天的总氮、水温及辐射量等数值。由于在藻类生长模型中, 藻类与总磷有直接的耦合, 不能简单地用插值等方法, 本文提出了一种广义拟合的方法, 使得总磷既符合藻类生长模型要求的变化规律, 又较好地逼近实测值。计算机模拟结果与测量数值基本符合, 而在有明显差异的地方, 文中作出了相应的解释。结果表明, 本文提出的藻类生长模型及其算法是有效的, 各采样点藻类浓度的模拟值能较好地拟合实测值。

**关键词** 太湖 生长模型 生态模拟

**分类号** Q949.201

“水华”爆发是指由于湖泊富营养化, 水体接纳了过多的氮、磷等营养物质, 使湖泊生态系统结构发生一系列变化, 导致藻类特别是蓝藻异常繁盛的现象, 这是我国湖泊当前重大环境问题之一, 太湖亦不例外。模型的建立有助于对太湖水华进行模拟预测, 从而控制管理。太湖是典型的浅水湖泊, 从系统的观点分析, 浅水湖泊实际上是一个多输入和多输出的定常或时变系统, 该系统特征可由一系列含状态变量的微分方程来描述。目前有关太湖的数学模型研究, 一般以水动力学三维数值研究<sup>[1,2]</sup>、水质模型等为主。有关太湖水体中藻类的数学模型研究并不多<sup>[2,3]</sup>。本文在刘元波等人工基础上, 结合太湖湖泊生态系统研究站对太湖开展的长期物理、化学和生物学监测及系列研究<sup>[4-10]</sup>, 建立了太湖藻类生长模型, 并用 1998 年度各采样点水温、辐射、氮浓度、磷浓度、浮游动物数量实测值进行模拟, 结果显示各采样点藻类浓度的模拟值能较好地拟合实测值, 模型各状态变量的描述是理想的而且模型具有良好的稳定性。

## 1 藻类生长模型

### 1.1 模型建立的基础条件

(1) 变量与参数在样点周围具有空间均质性;

\* 中国科学院知识创新项目“太湖流域水环境预警”(KZCX2-31)及中科院“九五”重点项目(KZ952-S1-220)和(KZ952-J1-221)及院“九五”重大项目(KZ951-B1-205-02)的联合资助。

收稿日期: 2000-10-20; 收到修改稿日期: 2000-12-26。许秋瑾, 女, 1970 年生, 博士研究生。

- (2) 磷的释放率和沉降率不变;
- (3) 在营养盐循环中, 考虑磷循环;
- (4) 不考虑水动力学特征.

### 1.2 基本方程:

$$\frac{\partial A(t)}{\partial t} = (u(t) - Ma(t) - \frac{Q}{V}) \times A(t) - GP(t) \times Zoo(t) \quad (1)$$

$$\frac{\partial TP(t)}{\partial t} = P_{in}(t) + P_{re} - P_{se} + Ma(t) \times A(t) \times AP_0 - UP(t) \times A(t) - \frac{Q}{V} \times TP(t) \quad (2)$$

$$u(t) = u_{\max} \times f(T(t)) \times f(L(t)) \times f(TN(t)) \times f(TP(t)) \quad (3)$$

$$f(T(t)) = \exp(-\frac{2.3}{15} \times |T(t) - T_{opt}|) \quad (4)$$

$$f(L(t)) = \frac{L(t)}{L(t) + KL} \quad (5)$$

$$f(TN(t)) = \frac{TN(t)}{TN(t) + KN} \quad (6)$$

$$f(TP(t)) = \frac{TP(t)}{TP(t) + KP} \quad (7)$$

$$Ma(t) = Ma_{\max} \times e^{15.0 \times (T_{opt} - T(t))} \times \frac{A(t)}{A(t) + K_{m1}} \times \frac{KP}{TP(t) + KP} \quad T(t) \leq T_{opt} \quad (8a)$$

$$Ma(t) = Ma_{\max} \times \frac{A(t)}{A(t) + K_{m1}} \times \frac{KP}{TP(t) + KP} \quad T(t) > T_{opt} \quad (8b)$$

$$GP(t) = GP_{\max} \times \frac{A(t)}{A(t) + KZ} \quad (9)$$

$$UP(t) = UP_{\max} \times \frac{F_{\max} - AP_0}{F_{\max} - F_{\min}} \times \frac{TP(t)}{TP(t) + KP} \quad (10)$$

其中,  $A$  为藻类生物量( $\text{mg/L}$ );  $TN$ 、 $TP$  分别为湖中总氮和总磷浓度( $\mu\text{g/L}$ );  $t$  为时间( $\text{d}$ );  $\mu$  为藻类生长率( $\text{d}^{-1}$ );  $T$  为温度( $^{\circ}\text{C}$ );  $L$  为水面上的光照强度( $\mu\text{E}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ );  $GP$  为浮游动物对藻类的捕食率( $\text{d}^{-1}$ );  $Z$  为浮游动物的生物量( $\text{mg/L}$ );  $UP$  为藻类对磷的吸收率( $\text{d}^{-1}$ );  $Ma$  为藻类的死亡率( $\text{d}^{-1}$ ); 藻类生物量初值取  $0.4\text{mg/L}$ <sup>[3]</sup>.

### 1.3 模型参数表(表 1)

#### 1.4 算法

在藻类生态动力基本方程中, 对式(1)和(2)组成的偏微分方程组(在此模型中实质上为常微分方程组)采用数值方法求解, 从而模拟藻类生长过程.

通常使用的微分方程组的数值解法有欧拉公式、后退欧拉公式、梯形公式、四阶龙格-库塔公式等等. 其性能对比见表 2.

本文采用具有绝对稳定性能和二阶整体收敛性能的梯形公式.

为了更清楚地描述梯形公式的使用, (1)和(2)可以简化为:

$$\frac{dA}{dt} = F(A, TP, t) \quad (11)$$

$$\frac{dT P}{dt} = G(A, TP, t) \quad (12)$$

由欧拉公式提供初值

$$A_{i+1}^0 = A_i + \Delta t \times F(A_i, TP_i, t_i) \quad (13)$$

$$TP_{i+1}^0 = TP_i + \Delta t \times G(A_i, TP_i, t_i) \quad (14)$$

然后用迭代法求解

$$A_{i+1}^{k+1} = A_i + \Delta t \times [F(A_i, TP_i, t_i) + F(A_{i+1}^k, TP_{i+1}^k, t_{i+1})]/2 \quad (15)$$

$$TP_{i+1}^{k+1} = TP_i + \Delta t \times [G(A_i, TP_i, t_i) + G(A_{i+1}^k, TP_{i+1}^k, t_{i+1})]/2 \quad (16)$$

$$(k=0,1,2,\dots)$$

反复迭代,直到满足精度要求,  $|A_{i+1}^{k+1} - A_{i+1}^k| < \epsilon$  和  $|TP_{i+1}^{k+1} - TP_{i+1}^k| < \epsilon$ , 此时的  $A_{i+1}^{k+1}$  和  $TP_{i+1}^{k+1}$  作为近似解

表 1 模型参数表

Tab. 1 Parameters for model simulation

参数	符号	单位	取值	方法
藻类最大生长率	$\mu_{\max}$	1/d	1.27	实验测定
藻中最高磷浓度	$F_{\max}$	mg/mg	0.015	文献[12]
藻中最低磷浓度	$F_{\min}$	mg/mg	0.001	文献[12]
藻中磷含量	$AP_0$	mg/mg	0.00628	文献[12]
藻对磷的最大吸收率	$Up_{\max}$	1/d	0.005	实验测定
消光系数	$K$	1/m	0.77	实验测定
藻对氮的半饱常数	$KN$	mg/L	4.0	实验测定
藻对磷的半饱常数	$KP$	mg/L	0.35	实验测定
藻生长的最佳温度	$T_{opt}$	C	30	实验测定
藻生长最佳光强的半饱常数	$KL$	$\mu E/(m^2 \cdot s)$	300	实验测定
浮游动物对藻的最大捕食率	$Gp_{\max}$	mg/mg	0.26	实验测定
浮游动物捕食藻类的半饱常数	$KZ$	mg/L	0.5	实验测定
磷沉降率	$P_s$	$mg/(m^2 \cdot d)$	$2.81 \times 10^{-3}$	实验测定
磷释放率	$P_{re}$	$mg/(m^2 \cdot d)$	$1.83 \times 10^{-3}$	实验测定
湖水出流量	$Q$	$m^3/d$	$1.56 \times 10^7$	文献[13]
湖泊容积	$V$	$m^3$	$4.43 \times 10^9$	文献[13]
磷入湖量初值	$P_{in}$	$mg/(L \cdot d)$	0.0029	文献[13]
藻类最大死亡率	$Mo_{\max}$	mg/L	0.17	文献[14]
藻类死亡率的半饱常数	$K_{ml}$	mg/L	18.0	文献[14]测试

表 2 微分方程组的数值解法性能对比

Tab. 2 The comparison of numerical methods for differential equations

	精度	计算量	稳定性
欧拉公式	一阶	最小	条件稳定
后退欧拉公式	一阶	较大	绝对稳定
梯形公式	二阶	较大	绝对稳定
四阶龙格-库塔公式	四阶	较小	条件稳定

## 1.5 程序流程图(图 1)

## 1.6 实际测量数据的使用方法

如果提供每天总氮、总磷、水温、浮游动物、光照强度等的测量值,利用公式(13)至(16)可以实现精确模拟。但是,提供每天的数据所需要的工作量很大且费用昂贵,几乎无法实现。通常,人们能给出月平均值或每月中某一天的值。如果仅仅用这 12 个测量数据,则模拟的截断误

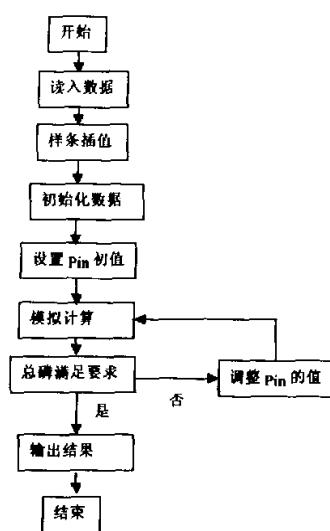


图 1 程序流程图

Fig. 1 Flow chart of the simulation  
用,本文采用了如下的方法:

总氮、水温、浮游动物生物量、光照强度等参数采用实际测量和样条插值的数据,而总磷利用测量的数据,然后分时间段进行模拟。

设在时间段 $(t_1, t_2)$ 内, $t_1$ 和 $t_2$ 均有实际的测量数据。从 $t_1$ 出发,将总磷的测量数据作为初始值,并假设在时间段 $(t_1, t_2)$ 内输入磷 $P_{in}$ 不变。优化输入磷 $P_{in}$ 的值,使得计算到 $t_2$ 时的总磷的计算结果和测量数据一致。通过这样的方法,在测试点上,总磷的计算值基本上和实测值相等。

输入磷 $P_{in}$ 与季节情况(不同季节的工业、农业、生活等排磷量有所不同)和水域情况(水域污染的程度、与污水入口处的位置等有所不同),通常只能给出一个粗糙的估计值;而总磷的浓度在不同的水域、时间能够精确地测量。因此,假设:一年十二个月的输入磷的值是不同的,而一个月内每天的输入磷的值是相同的,即采用了输入磷的值的月平均值。利用每个月中总磷的测量值进行生态仿真,通过藻类与湖水的磷交换,用优化的方法反推出输入磷,同时满足了藻类生长的动力学方程和与实际总磷测量值的一致性,有效地解决了仿真过程中如何使用实测数据的困难。广义地讲,该方法是一种拟合方法,是基于求解磷交换方程边值问题的复杂(无法用简单函数可以描述)的拟合方法,在一定的程度上反映了磷变化的规律。在实际仿真过程中则能得到较好的结果,计算结果与实际测量值吻合得较好。

在优化输入磷的时候,为了提高效率,其初值由经验提供,本文采用了文献中提供的数值,在0和输入磷可能出现的最大值之间,通过黄金分割方法,迅速地计算出的输入磷的值。

差将非常大(约为采用每天数据的1000倍),根本无法正确地进行模拟。因此,有必要采用内插和外推的方法估计出每天的数据。本文采用了最常用的具有较小的全局误差和良好的连续特性的三次多项式样条插值的方法。

从表面上看,由于每天总氮、总磷、水温、浮游动物、光照强度等参数均能通过上述方法获得,磷变化的公式(2)似乎不必计算。然而,如果忽略公式(2)与公式(1)相辅相成的作用,则公式(1)对其参数十分敏感,另外,在每天的参数中除了少量的测量数据外,其他由内插和外推的方法估计的数据,或多或少地存在误差,这样日积月累,最终的计算误差将很大。从另外一个角度来看,一般的插值方法为多项式等用简单函数估计测量点以外的方法,与藻类生长的动力学方程中的藻类与湖水的磷交换的方程是不一致的,在一些情况下,两者的差距将十分明显以至于仿真结果与实际结果大相径庭。

为了利用实际测量数据并考虑公式(2)的作用,

## 2 模拟结果与分析

根据上面描述的算法,编写了相应的程序,分别对太湖中 6 个采样点进行模拟分析,其中,采样点 1~5#是污染比较严重且易产生“水华”的地点,而采样点 8#是水质较好的区域。这 6 个采样点具有一定的典型性。采样点的平面分布图如图 2 所示。模拟出的藻类浓度与测量值的对比如图 3 所示,模拟出的磷浓度与测量值的对比如图 4 所示。

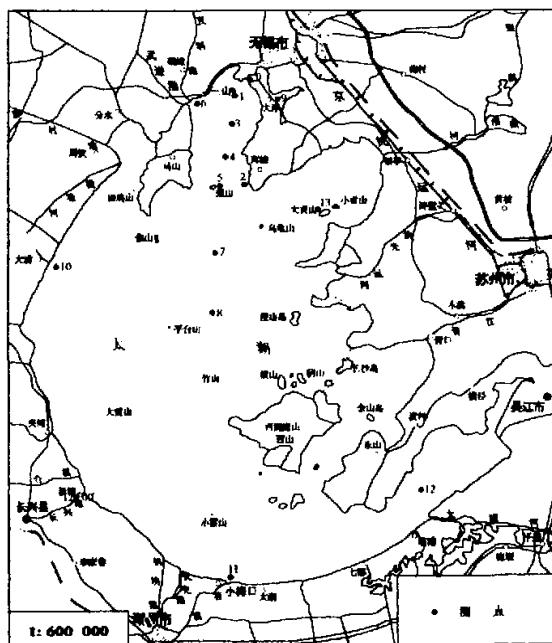


图 2 采样点的平面分布图

Fig. 2 Location of the sample sites in Taihu Lake

在图中,实测值曲线是由各个月中某一天的测量值经过插值所得。

由图可见,模型能较好地描述湖中采样点藻类生长和磷的动态变化,虽然藻类浓度和总磷浓度的模拟值与实测值并没有完全重叠,但两者变动趋势是基本一致的,其绝对值相差也不大,在少量可提供的测量数据的情况下(许多重要参量只有每个月中某一天的测量值),这样的差异是可以接受的。

通过观察图 3 和图 4,发现藻类浓度与测量值之间的主要差异在于:藻类浓度的峰值均滞后于实测值。作者认为,可能的原因是藻类生长模型的参数值主要来源于实验室测定,而实际湖中藻类生长的条件与实验室中的理想条件有一定的差异,例如最佳生长温度实验室测定值为 30℃,而根据经验,在实际湖中可能略低于该值。

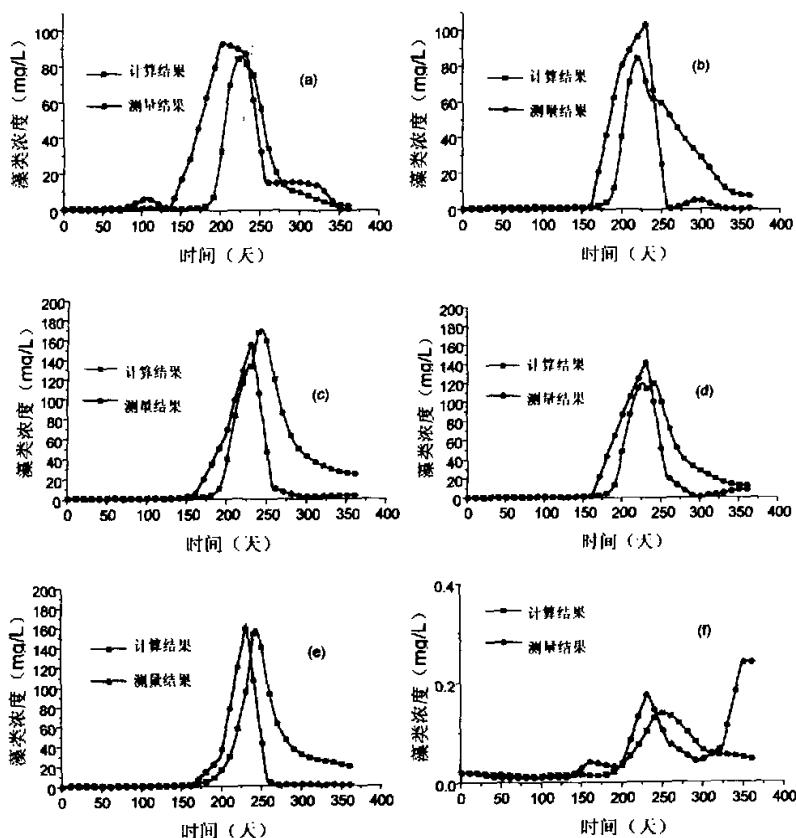


图 3 各采样点藻类生物量的模拟数据和实测数据点对比

(a)1#样点 (b)2#样点 (c)3#样点 (d)4#样点 (e)5#样点 (f)8#样点

Fig. 3 Comparison between the simulation and measurement in different samples

此外,九月份由于直湖港开闸,大量有机污水进入,造成采样点的总磷值异常,尤其是3#采样点。也正是这个持续时间很短的突发总磷升高,可能造成了相关采样点的藻类浓度模拟值较实测值下降缓慢。

### 3 讨论

(1) 模型能较好地描述湖中各采样点藻类生长的动态变化,模型是比较理想可靠的。同“太湖藻类生态模拟与蓝藻水华治理对策分析”<sup>[3]</sup>一文(简称模拟对策)相比较,本模型有如下改进:a:模拟时,外界营养盐浓度是变量,N浓度应用实测值,P浓度是利用计算机程序,优化

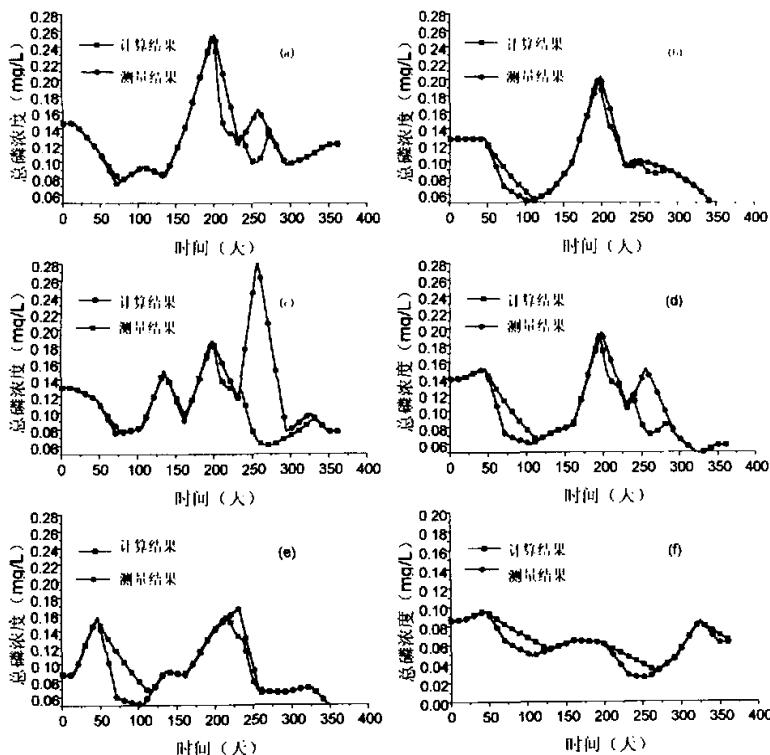


图4 各采样点总磷浓度的模拟数据和实测数据点对比  
(a)1#样点 (b)2#样点 (c)3#样点 (d)4#样点 (e)5#样点 (f)8#样点  
Fig. 4 Comparison between the simulation and measurement in different samples

输入磷  $P_{in}$  浓度,使计算的总磷值与测量值一致,而“模拟对策”假设在模拟时间内,外界营养盐输入浓度保持不变;b:应用了实测光照强度,而“模拟对策”是根据太湖所处的经纬度,太阳常数及大气顶层光照强度,利用公式计算而得,并假设光照变化不受云况影响;c:根据浮游动物生物量的监测数据计算出每天浮游动物对藻类的捕食情况,其中浮游动物对藻类的捕食率根据公式(9)是和浮游动物对藻类的最大捕食率,浮游动物捕食藻类的半饱和常数有关,并随藻类的生物量的变化而变化,而“模拟对策”假设浮游动物对藻类的捕食率不变;d:文献[14]阐述了藻类死亡率与温度,藻类生长量,营养盐浓度(N、P等)有关,本模型综合各项因素并根据实际情况,提出了公式(8a)(8b),其中藻类死亡率与温度相关的方程及藻类死亡率与藻类生物量相关的方程是根据文献[14]而得,其中藻类的死亡率与磷浓度相关的方程是本文的独创之处,其依据是:藻类生长率与公式(7)相关,而藻类生长率和死亡率相加之和应为1,用1减去藻类生长率公式中有关磷的一项(即公式7)就得到了藻类死亡率公式中有关磷的那一项.有

关藻类死亡率的公式说明了当低于最佳温度时,随着温度升高,藻类生物量的增加、湖中磷浓度的降低,藻类死亡率增加;当高于最佳温度时,藻类死亡率与藻类生物量、湖中磷浓度有关,而与温度不再相关,由此可见,本模型藻类死亡率是变量,而“模拟对策”假设藻类死亡率保持不变。因为上述原因,本模型更符合藻类生长的实际情况,所以模拟值与实测值比较接近,能较好地反应各采样点藻类生长的实际浓度的变化。

(2) 希望本模型能为藻类“水华”爆发预警系统做一些基础工作,预警系统工作的完成可能供有关部门参考,以求能够对“水华”爆发早准备,早处理,从而进一步降低由于“水华”爆发对工农业生产及人们生活造成的损害。

(3) 该模型基本上是单一的藻类生长模型,如何将多变量的环境因子,如风场,水动力学结合起来建模和预测,是值得继续深入研究的问题。

### 参 考 文 献

- 1 胡维平,濮培民,秦伯强.太湖水动力学三维数值试验研究——1.风生流和风涌增减水的三维数值模拟.湖泊科学,1998,10(4):17~34
- 2 朱元春,蔡启铭.风场对藻类在太湖中迁移影响的动力学研究.湖泊科学,1997,9(2):152~158
- 3 刘元波,陈伟民,范成新等.太湖藻类生态模拟与蓝藻水华治理对策分析.湖泊科学,1998,10(4):53~59
- 4 蔡启铭,高锡云,陈宇炜等.太湖水质的动态变化及影响因子的多元分析.湖泊科学,1995,7(2):97~106
- 5 刘元波,陈伟民.湖泊藻类动态模拟.湖泊科学,2000,12(2):171~177
- 6 高锡芸等.梅梁湾及大太湖富营养化限制性营养盐研究.见:蔡启铭主编.太湖环境生态研究(一).北京:气象出版社,1998.109~118
- 7 陈伟民,秦伯强.太湖梅梁湾冬末春初浮游动物时空变化及其环境意义.湖泊科学,1998,10(4):10~16
- 8 陈宇炜,秦伯强,高锡云.太湖梅梁湾藻类及相关环境因子逐步回归统计和蓝藻水华的初步预测.湖泊科学,2001,13(1):63~71
- 9 陈宇炜,高锡云,陈伟民等.太湖微囊藻的生长特征及其分离纯培养的初步研究.湖泊科学,1999,11(4):351~356
- 10 刘元波,高锡云.太湖北部梅梁湾水域水质因子聚类.湖泊科学,1997,9(3):253~260
- 11 Jorgensen S E. Fundamentals of ecological modeling. 2nd Edition. Amsterdam: Elsevier, 1994
- 12 孙顺才,黄溪平.太湖.北京:海洋出版社,1993
- 13 George L. Bowie *et al.* Rates, constants and kinetics formulations in surface water quality modeling. 2nd Edition. Environmental Research Laboratory U. S. Environmental Protection Agency. Athens, Georgia 30613, 1985

## Ecological Simulation of Algae Growth in Taihu Lake

XU Qiujiin QIN Boqiang CHEN Weimin CHEN Yuwei GAO Guang

(Nanjing Institute of Geography and Limnology, Chinese Academy of Science, Nanjing 210008, P.R. China)

### Abstract

This paper presents a modified ecological model of algae growth in Taihu Lake and its novel numerical algorithm. In this model, many important factors, such as the water temperature, total nitrogen, total phosphorus, the biomass of the zooplankton, radiation, etc., are taken into account for the growth rate of the algae. Moreover, the mortality rate of the algae is considered and modified according to the value of water temperature, total phosphorus and the biomass of the algae. As a result, a more accurate description of the behavior of the algae is obtained. The performance of stability and accuracy is very important for the correct simulation procedure. A numerical algorithm that has the property of absolute stability and second-order accuracy is proposed, and is used to solve the partial differential equations in the ecological model. In order to perform a further validation of the model, the field-measured data in Taihu Lake in 1998 are adopted in the simulation. Because only one set of the field-measured data per month, i.e., total twelve sets of data are available, estimated data of every day are required to perform the simulation correctly. In this paper, the estimated data of the water temperature, total nitrogen, the biomass of the zooplankton and radiation are obtained by interpolation method. In the ecological model, there is a direct coupling between the algae and total phosphorus; therefore, the estimated data of phosphorus can not be obtained by simple interpolation. A generalized fitting method is then developed to solve this problem. With this method, the characteristic of the total phosphorus obeys the ecological model. Meanwhile, the values of the simulated total phosphorus are approached to the field-measured data optimally. Basically, the simulated results fairly agree with the field-measured results. Explanations are given to some distinct differences between the simulated results and field-measured results. It is demonstrated that the ecological model and the algorithm are reliable and efficient for the simulation of the actual ecological behavior of algae.

**Key Words** Taihu Lake, growth model, ecological simulation