

加拿大河网水动力学模型在望虞河的应用*

林荷娟 吴浩云

(水利部太湖流域管理局, 上海 200434)

提 要 本文利用水动力学的基本理论, 结合加拿大模型的求解方法, 建立了一个适合太湖流域河网特点的水动力学模型, 并利用该模型对太湖的主要排水河道望虞河及其支流进行了河网水利计算. 计算结果表明该模型计算方法可行, 计算精度较高.

关键词 水力学模型 防汛调度 太湖流域

分类号 P343.3

太湖流域是我国经济最发达、发展速度最快的地区之一. 1991 年太湖流域常州、无锡一带遭受了 100 - 200 年一遇的大洪水, 直接经济损失达 106 亿元^[1]. 此后, 国务院决定加快太湖流域的治理进度. 望虞河工程是太湖流域综合治理十项骨干工程中最紧迫的工程之一, 它南起太湖边沙墩口, 北接长江, 河道总长 60.8km. 望虞河两岸有数十个控制口门和非控制口门, 望虞河排水因受到长江潮位的顶托, 因此水流运动十分复杂^[2]. 弄清水流运动情况, 合理制定望虞河的调度方案, 妥善安排太湖洪水的出路, 是目前太湖流域洪水调度中的重要任务之一. 为此本文对加拿大模型进行了修改, 建立了一个适合太湖流域河网特点的水动力学模型, 并利用该模型对望虞河复杂的水文水力学现象进行了研究, 为合理制定望虞河调度方案提供依据.

1 加拿大一维水动力学模型的描述

1.1 基本方程及其差分格式

河网中的水流运动可以用圣维南方程组^[3]来描述:

$$\text{连续方程} \quad B \frac{\partial Z}{\partial t} + BV \frac{\partial Z}{\partial x} + A \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial A}{\partial x} \Big|_{z=\text{const.}} = q_l \quad (1)$$

$$\text{动量方程} \quad \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{Vq_l}{A} = g \left[S_0 - \frac{V|V|}{C_z^2 R} \right] - g \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2)$$

其中, Z 为水位, h 为水深, V 为流速, A 为过水面积, B 为河宽, S_0 为河床坡度, C_z 谢才系数, R 为水力半径, g 为重力加速度, q_l 为旁侧入流, x 为距离坐标, t 为时间坐标.

对宽浅矩形河道: $A = Bh$, $R \approx h$, 故方程(1)、(2)可用如下形式的特征方程表示:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \lambda_1 \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{1}{B\lambda_2} \left[\frac{\partial Q}{\partial t} + \lambda_1 \frac{\partial Q}{\partial x} \right] - \emptyset = 0 \quad (3)$$

其中

$$\lambda_1 = V \pm C, \quad \lambda_2 = V \mp C$$

$$\emptyset = -\frac{Ag}{B\lambda_2} \left[\frac{F^2 \partial A^2}{B \partial x} - S_f \right] + \frac{q_l}{B}, \quad \frac{\partial A^2}{\partial x} = \frac{\partial A}{\partial x} \Big|_{z=\text{const.}}, \quad S_f = \frac{Q|Q|}{K^2}$$

* 收稿日期: 1998-01-15; 收到修改稿日期: 1998-06-19. 林荷娟, 女, 1965 年生, 硕士, 工程师.

式中, Q 为流量, C 为波速, F 为佛洛德数, K 为流量模数, 其他符号同前。

在河道一维非恒定流的数值模拟中, 通过比较偏微分方程的分析解与差分方程的数值解的阻尼与相位因子, 采用权重残余法, 使在一个固定的时间内整个空间上残差达到最小, 推导出误差最小的六点格式为:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{1}{6} \frac{Z_{i-1}^{n+1} - Z_{i-1}^n}{\Delta t} + \frac{2}{3} \frac{Z_i^{n+1} - Z_i^n}{\Delta t} + \frac{1}{6} \frac{Z_{i+1}^{n+1} - Z_{i+1}^n}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{Z_{i-1}^{n+1} - Z_{i-1}^n}{\Delta x} + \frac{1}{2} \frac{Z_{i+1}^{n+1} - Z_{i+1}^n}{\Delta x}$$

用六点差分格式对方程(3)进行数值离散, 可得到一组差分方程组:

$$b_3^1 Z_1^{n+1} + b_4^1 Q_1^{n+1} + c_3^1 Z_2^{n+1} + c_4^1 Q_2^{n+1} = d_1^1 \quad (4)$$

$$a_1^i Z_{i-1}^{n+1} + a_2^i Q_{i-1}^{n+1} + b_1^i Z_i^{n+1} + b_2^i Q_i^{n+1} + c_1^i Z_{i+1}^{n+1} + c_2^i Q_{i+1}^{n+1} = d_i^i \quad (i=2, 3, \dots, (m-1)) \quad (5)$$

$$a_3^i Z_{i-1}^{n+1} + a_4^i Q_{i-1}^{n+1} + b_3^i Z_i^{n+1} + b_4^i Q_i^{n+1} + c_3^i Z_{i+1}^{n+1} + c_4^i Q_{i+1}^{n+1} = d_i^i \quad (i=2, 3, \dots, (m-1)) \quad (6)$$

$$a_1^m Z_{m-1}^{n+1} + a_2^m Q_{m-1}^{n+1} + b_1^m Z_m^{n+1} + b_2^m Q_m^{n+1} = d_m^m \quad (7)$$

其中
$$b_3^1 = \frac{1}{3} + \frac{Ag\Delta t}{B\lambda_1} \frac{Q|Q|dK}{K^3 dZ} - \frac{\lambda_2 \Delta t}{2\Delta x}, \quad b_4^1 = -\frac{1}{B\lambda_1} \left[\frac{1}{3} + Ag\Delta t \frac{|Q|}{K^2} - \frac{\lambda_2 \Delta t}{2\Delta t} \right],$$

$$c_3^1 = \frac{1}{6} + \frac{\lambda_2 \Delta t}{2\Delta x}, \quad c_4^1 = -\frac{1}{B\lambda_1} c_3^1,$$

$$d_1^1 = -\frac{Ag\Delta t}{2B\lambda_1} \left[\frac{F^2 \partial A^Z}{B \partial x} + \frac{Q|Q|}{K^2} - 2 \frac{Q|Q|dK}{K^3 dZ} Z_1^n \right] + \frac{q_{11}^{n+1} \Delta t}{2B} + \left[\frac{1}{3} Z_1^n + \frac{1}{6} Z_2^n \right] - \frac{1}{B\lambda_1} \left[\frac{1}{3} Q_1^n + \frac{1}{6} Q_2^n \right],$$

$$a_1^i = \frac{1}{6} - \frac{\lambda_1 \Delta t}{2\Delta x}, \quad a_2^i = -\frac{a_1^i}{B\lambda_2}, \quad b_1^i = \frac{2}{3} + 2\Delta t \frac{Ag}{B\lambda_2} \frac{Q|Q|dK}{K^3 dZ}, \quad b_2^i = -\frac{1}{B\lambda_2} \left[\frac{2}{3} + 2Ag\Delta t \frac{|Q|}{K^2} \right],$$

$$c_1^i = \frac{1}{6} + \frac{\lambda_1 \Delta t}{2\Delta x}, \quad c_2^i = -\frac{a_1^i}{B\lambda_2} c_1^i, \quad a_3^i = \frac{1}{6} - \frac{\lambda_2 \Delta t}{2\Delta x}, \quad a_4^i = -\frac{1}{B\lambda_1} a_3^i,$$

$$b_3^i = \frac{2}{3} + \frac{2Ag\Delta t}{B\lambda_1} \frac{Q|Q|dK}{K^3 dZ}, \quad b_4^i = -\frac{1}{B\lambda_1} \left[\frac{2}{3} + 2Ag\Delta t \frac{|Q|}{K^2} \right], \quad c_3^i = \frac{1}{6} + \frac{\lambda_2 \Delta t}{2\Delta x}, \quad c_4^i = -\frac{1}{B\lambda_1} c_3^i,$$

$$d_i^i = -\frac{Ag\Delta t}{B\lambda_2} \left[\frac{F^2 \partial A^Z}{B \partial x} + \frac{Q|Q|}{K^2} - 2 \frac{Q|Q|dK}{K^3 dZ} Z_i^n \right] + \frac{q_{ii}^{n+1} \Delta t}{B} +$$

$$\left[\frac{1}{6} Z_{i-1}^n + \frac{2}{3} Z_i^n + \frac{1}{6} Z_{i+1}^n \right] - \frac{1}{B\lambda_2} \left[\frac{1}{6} Q_{i-1}^n + \frac{2}{3} Q_i^n + \frac{1}{6} Q_{i+1}^n \right]$$

$$d_i^i = -\frac{Ag\Delta t}{B\lambda_1} \left[\frac{F^2 \partial A^Z}{B \partial x} + \frac{Q|Q|}{K^2} - 2 \frac{Q|Q|dK}{K^3 dZ} Z_i^n \right] + \frac{q_{ii}^{n+1} \Delta t}{B} +$$

$$\left[\frac{1}{6} Z_{i-1}^n + \frac{2}{3} Z_i^n + \frac{1}{6} Z_{i+1}^n \right] - \frac{1}{B\lambda_1} \left[\frac{1}{6} Q_{i-1}^n + \frac{2}{3} Q_i^n + \frac{1}{6} Q_{i+1}^n \right]$$

$$a_1^m = \frac{1}{6} - \frac{\lambda_1 \Delta t}{2\Delta x}, \quad a_2^m = -\frac{a_1^m}{B\lambda_2}, \quad b_1^m = \frac{1}{3} + \frac{Ag\Delta t}{B\lambda_2} \frac{Q|Q|dK}{K^3 dZ} + \frac{\lambda_1 \Delta t}{2\Delta x}, \quad b_2^m = -\frac{1}{B\lambda_2} \left[\frac{1}{3} + Ag\Delta t \frac{|Q|}{K^2} + \frac{\lambda_1 \Delta t}{2\Delta x} \right]$$

$$d_m^m = -\frac{Ag\Delta t}{2B\lambda_2} \left[\frac{F^2 \partial A^Z}{B \partial x} + \frac{Q|Q|}{K^2} - 2 \frac{Q|Q|dK}{K^3 dZ} Z_m^n \right] + \frac{q_{mm}^{n+1} \Delta t}{2B} +$$

$$\left[\frac{1}{6} Z_{m-1}^n + \frac{1}{3} Z_m^n \right] - \frac{1}{B\lambda_2} \left[\frac{1}{6} Q_{m-1}^n + \frac{1}{3} Q_m^n \right]$$

1.2 计算方法

差分方程组求解过程的一个基本技术就是叠加方法,即通过一组联立线性方程求解每一时间步长的水位、流量.

1.2.1 内断面求解 对任一河道,某一内断面 i 的水位 Z_i 和流量 Q_i 可表示成它们的零解和首末断面的解与相应的影响因子的乘积的和,即:

$$Z_i = Z_i^0 + dx_i^1 Z_1 + dx_i^3 Q_1 + dx_i^{11} Z_m + dx_i^{33} Q_m \tag{8}$$

$$Q_i = Q_i^0 + dx_i^2 Z_1 + dx_i^4 Q_1 + dx_i^{22} Z_m + dx_i^{44} Q_m \tag{9}$$

其中, Z_i^0, Q_i^0 分别为 Z_i, Q_i 的零解, dx_i^1, dx_i^2 分别为单位 Z_1 对 Z_i, Q_i 的影响因子, dx_i^3, dx_i^4 分别为单位 Q_1 对 Z_i, Q_i 的影响因子, dx_i^{11}, dx_i^{22} 分别为单位 Z_m 对 Z_i, Q_i 的影响因子, dx_i^{33}, dx_i^{44} 分别为单位 Q_m 对 Z_i, Q_i 的影响因子. 所谓零解就是在一个给定的河段,假定边界节点即首末断面的水位、流量解为零,通过求解方程组(5)、(6)所得到的一组解. 根据方程组(5)、(6),由零解的定义以及河道首末断面单位水位和流量对内断面的影响因子,可推出如下矩阵方程:

$$[A][X] = [D]$$

其中 $[A] = \begin{bmatrix} b_1^2 & b_2^2 & c_1^2 & c_2^2 \\ b_3^2 & b_4^2 & c_3^2 & c_4^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & b_1^3 & b_2^3 & c_1^3 & c_2^3 \\ a_3^3 & a_4^3 & b_3^3 & b_4^3 & c_3^3 & c_4^3 \\ & & a_1^4 & a_2^4 & b_1^4 & b_2^4 & c_1^4 & c_2^4 \\ & & a_3^4 & a_4^4 & b_3^4 & b_4^4 & c_3^4 & c_4^4 \\ & & & & \vdots & & & \\ & & & & a_1^{m-2} & a_2^{m-2} & b_1^{m-2} & b_2^{m-2} & c_1^{m-2} & c_2^{m-2} \\ & & & & a_3^{m-2} & a_4^{m-2} & b_3^{m-2} & b_4^{m-2} & c_3^{m-2} & c_4^{m-2} \\ & & & & & & a_1^{m-1} & a_2^{m-1} & b_1^{m-1} & b_2^{m-1} \\ & & & & & & a_3^{m-1} & a_4^{m-1} & b_3^{m-1} & b_4^{m-1} \end{bmatrix}$

$$[X] = \begin{bmatrix} Z_2^0 & dx_2^1 & dx_2^3 & dx_2^{11} & dx_2^{33} \\ Q_2^0 & dx_2^2 & dx_2^4 & dx_2^{22} & dx_2^{44} \\ Z_3^0 & dx_3^1 & dx_3^3 & dx_3^{11} & dx_3^{33} \\ Q_3^0 & dx_3^2 & dx_3^4 & dx_3^{22} & dx_3^{44} \\ Z_4^0 & dx_4^1 & dx_4^3 & dx_4^{11} & dx_4^{33} \\ Q_4^0 & dx_4^2 & dx_4^4 & dx_4^{22} & dx_4^{44} \\ & & \vdots & & \\ Z_{m-2}^0 & dx_{m-2}^1 & dx_{m-2}^3 & dx_{m-2}^{11} & dx_{m-2}^{33} \\ Q_{m-2}^0 & dx_{m-2}^2 & dx_{m-2}^4 & dx_{m-2}^{22} & dx_{m-2}^{44} \\ Z_{m-1}^0 & dx_{m-1}^1 & dx_{m-1}^3 & dx_{m-1}^{11} & dx_{m-1}^{33} \\ Q_{m-1}^0 & dx_{m-1}^2 & dx_{m-1}^4 & dx_{m-1}^{22} & dx_{m-1}^{44} \end{bmatrix}; [D] = \begin{bmatrix} d_1^2 & -a_1^2 & -a_2^2 & 0 & 0 \\ d_2^2 & -a_3^2 & -a_4^2 & 0 & 0 \\ d_1^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_2^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_1^4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_2^4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & \vdots & & \\ d_1^{m-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_2^{m-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_1^{m-1} & 0 & 0 & -c_1^{m-1} & -c_2^{m-1} \\ d_2^{m-1} & 0 & 0 & -c_3^{m-1} & -c_4^{m-1} \end{bmatrix}$$

式中系数矩阵是一个双三对角矩阵,因此可采用双扫描算术法对以上矩阵方程进行求解,从而求得变量 Z_i^0, Q_i^0, dx_i^n (其中 $i=2, 3, \dots, (m-1), n=1, 2, 3, 4, 11, 22, 33, 44$). 之后, 只要求出河道首末断面的水位和流量, 便可代入方程(8), (9)求得各个内断面的水位和流量.

1.2.2 首末断面求解 将方程(8), (9)代入方程(4), (7)可得到一组水位、流量方程组, 即:

$$\alpha_1 Z_1 + \alpha_2 Q_1 + \alpha_3 Z_m + \alpha_4 Q_m = D_2^1 \quad (10)$$

$$\beta_1 Z_1 + \beta_2 Q_1 + \beta_3 Z_m + \beta_4 Q_m = D_1^m \quad (11)$$

其中

$$\alpha_1 = b_3^1 + dx_2^1 c_3^1 + dx_2^2 c_4^1, \quad \alpha_2 = b_4^1 + dx_2^3 c_3^1 + dx_2^4 c_4^1,$$

$$\alpha_3 = dx_2^{11} c_3^1 + dx_2^{22} c_4^1, \quad \alpha_4 = dx_2^{33} c_3^1 + dx_2^{44} c_4^1,$$

$$\beta_1 = dx_{m-1}^1 a_1^m + dx_{m-1}^2 a_2^m, \quad \beta_2 = dx_{m-1}^3 a_1^m + dx_{m-1}^4 a_2^m, \quad \beta_3 = b_1^m + dx_{m-1}^{11} a_1^m + dx_{m-1}^{22} a_2^m,$$

$$\beta_4 = b_2^m + dx_{m-1}^{33} a_1^m + dx_{m-1}^{44} a_2^m, \quad D_2^1 = d_2^1 - c_3^1 Z_2^0 - c_4^1 Q_2^0, \quad D_1^m = d_1^m - a_1^m Z_{m-1}^0 - a_2^m Q_{m-1}^0$$

对每一条河道均可写出如(10), (11)式的一组方程组, 加上边界条件和内节点的两个附加条件(即①水位相容, ②流量连续)就足以求解河网中各河道的首末断面水位和流量.

2 模型的特点

加拿大一维水动力学模型的程序经过 20 多年的实践和完善^[4,5], 该模型对河道和节点可以任意编码, 可以根据实际需要任意增减河道和节点数. 由于程序采用模块设计, 因此模型的通用性较强. 此外, 模型还有较好的测试功能, 能自动查找输入、输出和计算错误. 该模型在水利计算方面的主要特点为: (1) 可模拟任何类型的自然河道和水力运动特征; (2) 可模拟冰层覆盖河道的水流运动; (3) 可模拟河网水质变化; (4) 可模拟水工建筑物如堰、堤、排水管、涵洞、泵站、跨堤等水流运动.

3 模型的改进

太湖流域建筑物众多, 概化处理后有 88 个建筑物, 分布在沿长江控制线、环太湖控制线、东导流控制线、杭州湾、分区控制线以及望虞河立交和太浦闸站等地. 这些建筑物的运行调度十分复杂, 它们不仅受到上下游水位、远程控制水位或外江潮水位的影响, 同时还受到区域或流域具体要求的控制. 由于加拿大一维水动力学模型中闸门的调度完全根据低潮排水, 高潮关闸, 不受任何人为因素的控制, 这显然是不符合实际闸门调度方式的, 因此加拿大一维水动力学模型能否成功地应用于太湖流域, 关键在于如何模拟建筑物的处理技术, 本文设计了一套太湖流域建筑物调度运行的子程序. 设计中考虑了太湖流域的实际情况, 同时做到了子程序有一定的通用性.

3.1 水闸

太湖流域大部分水闸为宽顶堰式水闸, 闸孔有自由出流和淹没出流两种情况.

宽顶堰淹没出流流量计算公式:

$$Q = \epsilon \Phi B \sqrt{2g(Z_u - Z_d)}(Z_d - Z_0)$$

其中, ϵ 为侧收缩系数, Φ 为淹没出流系数, Z_u, Z_d, Z_0 分别为闸上闸下水位和闸底高程.

宽顶堰自由出流流量计算公式:

$$Q = \epsilon \mu B \sqrt{2g(Z_u - Z_0)}(Z_u - Z_0)$$

其中, μ 为自由出流系数.

实际计算中, 首先由程序根据调度原则和控制水位自动判别闸门是引水、关闸还是排水, 然后判别闸门是自由出流还是淹没出流, 最后根据相应的闸门泄流公式计算过闸流量.

3.2 立交工程

立交工程是太湖流域独特的水利工程, 其泄流计算可采用涵洞泄流计算方法, 但为了简化起见, 可对立交洞身断面进行一定的技术处理, 将其作为明渠水力计算. 立交洞身断面的处理方法就是将洞顶以上或闸门开启高度以上虚拟为 0.01m 宽的过水面积, 这样可将有压管的水压用水柱来表示, 从而简化成明渠水力计算, 但又保持洞身过水断面基本不变.

4 实例计算

鉴于时间原因, 作者选择了太湖流域中具有代表性的望虞河及其支流河网作为实例进行计算, 根据望虞河沿程的断面特征, 将望虞河及其支流概化成 51 条河道和 52 个节点, 其中包括一个立交工程、一个闸门、一个泵站和二湖荡. 由于缺乏断面实测资料, 因此望虞河西岸沿程只考虑伯渎港、荡河和九里河三条支流, 望虞河东岸作全封闭处理.

采用 1996 年 8 月 4 日至 12 日望虞河的实测资料对加拿大一维水动力学模型进行率定, 望虞河上下游分别以立交闸上水位和望虞闸水位作边界, 伯渎港、荡河和九里河均以无锡水位作边界. 8 月 4 日至 12 日期间, 立交 9 孔全开, 开度为 1.8m. 以立交泄量和琳桥水位的计算值与实测值拟合程度的好坏为依据, 最终得出望虞河河道糙率为 0.0200 - 0.0225, 立交洞身糙率为 0.013. 根据以上率定出来的糙率, 利用 1996 年 8 月 15 日至 19 日的实测资料对模型进行验证. 无论立交流量还是琳桥水位都与实测资料吻合得很好(图 1).

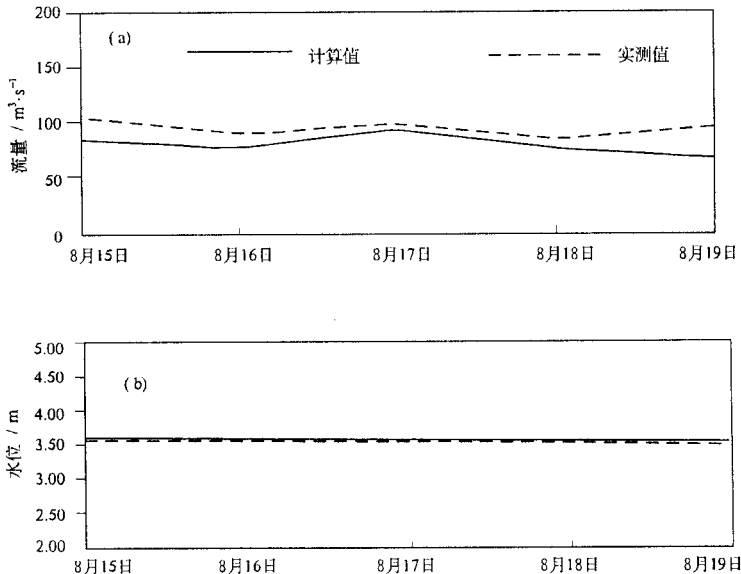


图 1 望虞立交 07 时流量过程(a)和琳桥 08 时水位过程线(b)

Fig. 1 The runoff processing at 07:00, Wangting Overpass(a) and the water level processing at 08:00, Linqiao station(b)

5 结论

在水动力学模型中, 无论采用何种求解方法, 首先都必须对水流运动的微分方程进行离散, 然后对离散的差分方程进行求解, 但离散的方法有许多种, 不同的离散格式所造成的误差不同. 从理论上讲, 加拿大一维水动力学模型所采用的六点隐式差分格式对微分方程进行离散误差最小(作者已证明过). 但该模型在大型河网中计算, 速度较慢, 因为模型中采用的六点差分格式在求解方程时是同时求解河道首末断面流量、节点水位, 变量矩阵十分庞大, 从而降低计算速度. 因此该模型适合在中小型河网(500条河道以下)中使用, 若在整个太湖流域河网中应用, 建议将流域河网分成二部分或三部分进行计算.

望虞河河网中包括了所有太湖流域河网的建筑物类型(即立交、泵站和水闸)以及边界条件类型(即潮位、水位和流量边界), 因此能够代表太湖流域河网的特点. 从实例计算中可以看出, 计算流量和计算水位与实测值比较接近, 而且过程趋势也比较一致, 表明完善后的加拿大一维水动力学模型能够反映太湖流域河网特点的水流运动规律. 因此可利用该模型对望虞河进行防洪水利计算, 同样可利用该模型对太湖流域内其他工程(如太浦河)甚至全流域进行防洪水利计算, 最终可提出一组合理的调度方案, 为防汛指挥部门决策提供依据.

参 考 文 献

- 1 孙顺才, 赵锐, 毛锐等. 1991年太湖地区洪涝灾害评估与人类活动的影响. 湖泊科学, 1993, 5(2): 108-116
- 2 孙顺才等. 太湖. 北京: 海洋出版社, 1993
- 3 许荫椿, 胡德保, 薛朝阳. 水力学(下册). 北京: 科学出版社, 1983. 26-30
- 4 Gunaratnam D J & F E Perkins, Numerical solution of unsteady flows in open channels. Hydrodynamic laboratory, 1970. 127
- 5 Eric F Wood, Brendum M Harley, Frank E Perkins. Operational characteristics of a numerical solution for the simulation of open channel flow. 1972. 150

Application of Canadian Hydraulic Model in the Wangyu River, Taihu Basin

LIN Hejuan WU Haoyun

(Taihu Basin Authority, Ministry of Water Resources, Shanghai 200434)

Abstract

According to the basic theory of water flow motion and the solution of Canadian Hydraulic Model, a hydraulic model applied to the characteristics of Taihu Basin network is established. By using the model to make hydraulic calculation in the network of the Wangyu River and its branch rivers, the results indicate that the solution of the model is effective and the calculation accuracy is higher.

Key Words Hydraulic model, regulation of flood control, Taihu Basin