

太湖, 水体, 磷酸盐, 总磷分布

湖流

数值模拟

325-330

# 太湖水体的总磷分布及湖流 对其影响的数值研究<sup>\*</sup>

p 343-3

马生伟<sup>1</sup> 蔡启铭<sup>2</sup>

(1: 云南省环境科学研究所, 昆明 650034; 2: 中国科学院南京地理与湖泊研究所, 南京 210008)

**摘要** 用数值模拟的方法研究了太湖水体中 TP 分布特征及湖流对其影响. 推导、建立了一包括平流、水平扩散、沉降和底泥释放的浅水湖泊中污染物(TP)浓度分布计算的二维迎风有限元数值模式, 并在给定若干点源条件下计算各种稳态流场下太湖水体中的 TP 分布. 初步揭示了其分布特征及影响因素, 探讨了湖流对太湖水体中污染物(TP)输移扩散过程的影响.

**关键词** 总磷 数值模拟 输移扩散 迎风有限元法 太湖

太湖介于 N30°55'40"—31°32'58", E119°52'32"—120°36'10"之间. 水面面积 2338.1 km<sup>2</sup>, 平均水深 1.9 m, 最大水深 2.9 m, 是我国五大淡水湖泊之一. 富营养化及由此引发的相关问题是太湖面临的主要环境问题. 各种研究成果还表明, P 是太湖水体中藻类繁殖、生长的限制因子, 是太湖水体富营养化的主要控制因素之一<sup>[1,2]</sup>.

太湖属一典型的浅水湖泊, 湖水的动力作用较为显著, 所以在对太湖水体中 TP 分布进行数值研究的同时, 还探讨了不同流场条件对污染物输移(即平流输送)、扩散过程的影响.

本文首先推导、建立了一个适合于浅水湖泊中污染物(TP)浓度分布计算的二维迎风有限元数值模式, 然后用它计算了各种流场条件下太湖水体中的 TP 分布情况. 由此, 初步揭示了太湖水体中 TP 的分布特征及湖流因素对其影响的规律.

## 1 数值模型

### 1.1 控制方程

在忽略 TP 与生物量转换的条件下, 描述浅水湖泊中 TP 浓度时空分布的水平二维控制方程可写为<sup>[3,4]</sup>:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} - v \frac{\partial c}{\partial y} - \left( E_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right) + K_r c - \frac{u_r}{H} = 0 \quad (1)$$

其中:  $c(x, y, t)$  为 TP 浓度(kg/m<sup>3</sup>);  $u(x, y), v(x, y)$  分别为湖流在  $x, y$  方向的分量(m/s);  $E_x, E_y$  分别为  $x, y$  方向的扩散(包括扩散、弥散等过程)参数(m<sup>2</sup>/s);  $H(x, y)$  为湖水深度(m);  $K_r, u_r$  分别为 TP 沉降系数(s<sup>-1</sup>)及单位面积底泥的 TP 释放速率(kg/(m<sup>2</sup>·s)).

### 1.2 沿流线加权的迎风有限元数值模式的总体有限元方程组

记  $N$  为求解区域结点总数,  $NE$  为单元内结点数,  $\Omega_i$  为单元区域,  $\Gamma_i$  为  $\Omega_i$  之边界,  $\Phi(x, y)$

\* 国家自然科学基金资助项目(编号:49171017). 收稿日期:1996-03-17; 收到修改稿日期:1997-03-31.

作者简介:马生伟,男,1971年4月生,1995年毕业于中国科学院南京地理与湖泊研究所,硕士,现主要从事湖泊物理学与水环境数值模拟的研究工作.

为基函数,  $\tau$  为迎风系数, 根据 Galerkin 有限元法<sup>[4]</sup>, 同时考虑为克服当网格 Peclet 数大于 2 时必将产生的失真振荡以及一般迎风有限元法必然伴随的“侧风效应”而对平流项采用沿流线加权的权函数<sup>[5]</sup>, 从控制方程(1)可推导出如下的单元特征式:

$$M_{\alpha\beta} \frac{dc_{\beta}}{dt} - A_{\alpha\beta} c_{\alpha} + B_{\alpha\beta} \tau c_{\beta} + D_{\alpha\beta} c_{\beta} + E_{\alpha\beta} c_{\beta} + F_{\alpha\beta} c_{\beta} = T_{\alpha} \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} M_{\alpha\beta} &= \int_{\Omega} \Phi_{\alpha} \Phi_{\beta} d\Omega \\ A_{\alpha\beta} &= \int_{\Omega} \Phi_{\alpha} \Phi_{\beta} \frac{\partial \Phi_{\gamma}}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \tau_{\alpha} \Phi_{\beta} \frac{\partial \Phi_{\gamma}}{\partial x} \left( u \frac{\partial \Phi_{\gamma}}{\partial x} + v \frac{\partial \Phi_{\gamma}}{\partial y} \right) d\Omega \\ B_{\alpha\beta} &= \int_{\Omega} \Phi_{\alpha} \Phi_{\beta} \frac{\partial \Phi_{\gamma}}{\partial x} d\Omega + \int_{\Omega} \tau_{\alpha} \Phi_{\beta} \frac{\partial \Phi_{\gamma}}{\partial y} \left( u \frac{\partial \Phi_{\gamma}}{\partial x} + v \frac{\partial \Phi_{\gamma}}{\partial y} \right) d\Omega \\ D_{\alpha\beta} &= \int_{\Omega} E_{\alpha} \frac{\partial \Phi_{\alpha}}{\partial x} \frac{\partial \Phi_{\beta}}{\partial x} d\Omega \\ E_{\alpha\beta} &= \int_{\Omega} E_{\alpha} \frac{\partial \Phi_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial \Phi_{\beta}}{\partial y} d\Omega \\ F_{\alpha\beta} &= K_{\beta} M_{\alpha\beta} \\ T_{\alpha} &= \int_{\Omega} \frac{\alpha_t}{H} \Phi_{\alpha} d\Omega \\ \alpha, \beta, \gamma &= 1, 2, \dots, NE \end{aligned}$$

单元特征式(2)总体合成则得如下的总体有限元方程组:

$$M_{nm} \frac{dc_m}{dt} - A_{nm} c_n + B_{nm} \tau c_m + E_{nm} c_m + D_{nm} c_m + F_{nm} c_m = T_n, (n, m, l = 1, 2, \dots, N) \quad (3)$$

### 1.3 选择性集中系数矩阵方法及时间积分方案

为提高模型的实用性, 针对求解总体有限元方程组(3)工作量较大、计算机内存要求较高等问题, 本模型采用了选择性集中系数矩阵方法<sup>[6]</sup>, 结合两步显式 Lax-Wendroff 时间积分方案, 求解公式可写为:

$$\text{第 1 步} \quad \bar{M}_{nm} c_m^{(t+\Delta t/2)} = \tilde{M}_{nm} c_m^{(t)} + F_n(c^{(t)}) \cdot \Delta t/2$$

$$\text{第 2 步} \quad \tilde{M}_{nm} c_m^{(t+\Delta t)} = \bar{M}_{nm} c_m^{(t+\Delta t/2)} + F_n(c^{(t+\Delta t/2)}) \cdot \Delta t$$

其中,  $\Delta t$  为时间步长;  $\bar{M}_{nm}$ ,  $\tilde{M}_{nm}$  分别为集中系数矩阵和选择性集中系数矩阵:

$$F_n(c) = T_n - A_{nm} c_n - B_{nm} \tau c_m - D_{nm} c_m - E_{nm} c_m - F_{nm} c_m$$

理论分析及实际计算表明, 本模型的稳定性条件可写为:

$$\Delta t \leq \varepsilon \cdot \min(\Delta x, \Delta y) \cdot [U + (gH_{\max})^{-1}]^{-1}$$

其中,  $\varepsilon$  为经验常数, 值约 1.2—1.5;  $U$  为最大流速;  $H_{\max}$  为最大水深。

## 2 计算结果及分析

本文所采用的流场由太湖湖流二维有限元数值模型(另文)计算得到, 在湖流计算中主要考虑了对流项、风应力项、底摩擦项、压力梯度力项、柯氏力项以及粘性项等的影响, 模型使用的数值方法同本文, 即用沿流线加权的迎风有限元法对控制方程组进行空间离散, 结合选择

集中系数矩阵方法,选择 Lax-wendroff 两步显示时间积分方案。

使用上文所推导,建立的模型对太湖水体中的总磷分布作了计算,为与流场的计算结果相结合,本文采用了与流场计算相同的单元剖分,全湖共分为 833 个三角形单元,共布设 505 个结点,其中 177 个边界结点(图 1)。

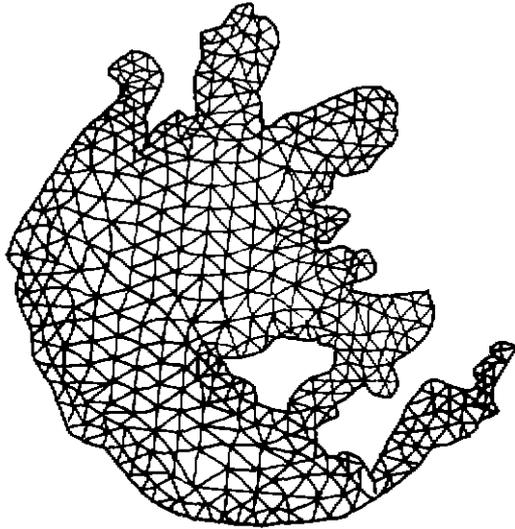


图 1 太湖单元剖分  
Fig. 1 Elements allocation

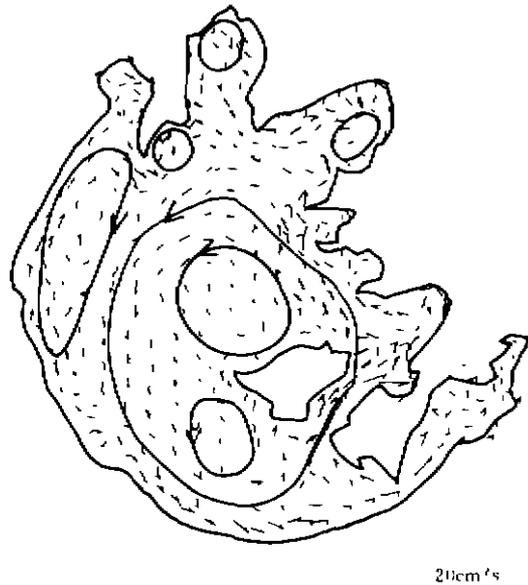


图 2 太湖逆时针环流主导型流场(10m/s,SW)  
Fig. 2 Stable current field(wind field:10m/s,SW)

根据以往的研究成果及太湖的实际情况<sup>[1,3]</sup>,计算中选取了如下的参数: $K_p=5 \times 10^{-1} s^{-1}$ ;  $a_r=3mg/(m^2 \cdot d)$ ;  $E_s=30H \cdot U+10m^2/s$ ;  $E_w=30H \cdot V+10m^2/s$ ;  $e=0.75$ ;  $\Delta t=200s$ 。

对湖—陆边界,令边界通量为 0,即  $E \frac{\partial C}{\partial n}=0$ 。对湖—河边界,采用边界点浓度控制边界,即对 1987—1988 年实测浓度的平均值<sup>[2]</sup>代入,计算中主要考虑了大浦口、夹浦、小梅口、百渎口、胥江口、梁溪河口等 6 个湖—河边界点。

分别计算了对应于 W,SW 及 S 风场的逆时针环流主导型流场(图 2),对应于 E,NE 及 N 风场顺时针的环流主导型流场(其特征与图 2 相近,只是环流方向相反)以及对应于 SE 和 NW 风场的过渡型流场(逆时针,顺时针环流都明显存在,但都不占明显优势)等条件下,太湖水体中稳定的 TP 浓度分布情况(风速分别取 5m/s 和 10m/s)。

## 2.1 太湖水体中的 TP 分布特征

从结果(图 3—图 5)可以看出,太湖水体中的 TP 分布具有一定的规律性,主要表现为:

(1) 除梅梁湾及主要入湖排污口附近外,TP 的分布较为均匀,尤其是大太湖内,TP 浓度梯度不大,这说明大太湖水体对污染物(TP)的输移扩散(稀释)能力较强。

(2) 浓度较高(以大于 0.035mg/L 为例)的水域主要相对稳定地维持在梅梁湾内的湖西部,大致在小焦山—大雷山—新塘一线以西,梅梁湾内的浓度由北向南的递减非常明显,梁溪河口及胥江口附近的浓度都在 0.16mg/L 以上,而湾口一般仅为 0.03mg/L 左右。

梅梁湾内能维持如此大的浓度梯度(与大太湖相比)和较高的浓度水平的主要原因可能

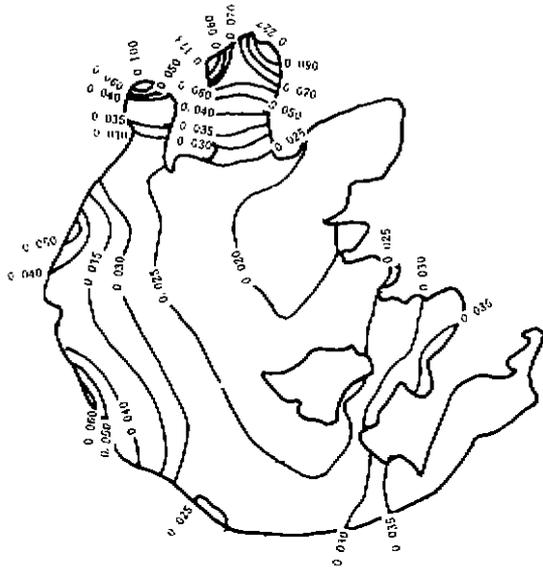


图 3 太湖 TP 等值线(10m/s,E)

Fig. 3 Stable distribution of TP in Taihu Lake wind field:10m/s,E

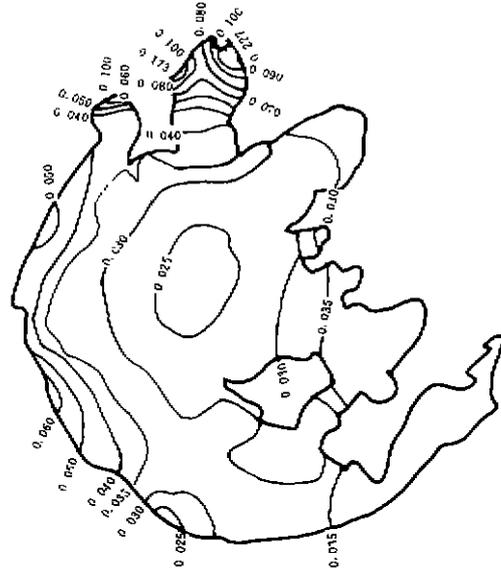


图 4 太湖 TP 等值线(10m/s,W)

Fig. 4 Stable distribution of TP in Taihu Lake wind field:5m/s,W

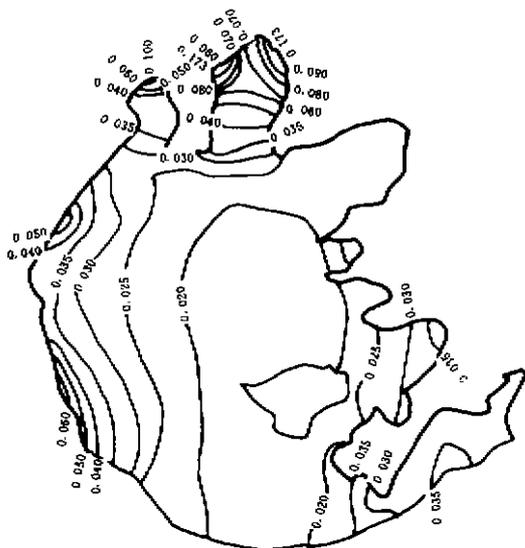


图 5 太湖 TP 等值线(5m/s,E)

Fig. 5 Stable distribution of TP in Taihu Lake wind field:5m/s,E

是,梅梁湾与大太湖以及湾内南、北部的水体交换都很差;并且湾内流速不大,北部排入的污染物不易流入大太湖;与流速密切相关的输移、扩散作用不太明显,因而,污染物易于在其中富集,所以,要治理梅梁湾的富营养化,降低湾内 TP 的浓度水平,除了控制排放量外,设法加大梅梁湾与大太湖的水体交换量,使之与大太湖较好地成为一个流动整体,达到以整个太湖来稀释、净化湾内排入的污染物,也是一个值得考虑的较佳治理方案。

湖西部相对湖心较高的 TP 浓度分布则主要是由于受入湖河道排入的影响,从 TP 分布图中可能看出大于 0.04mg/L 的水域一般仅在入湖河道附近不大的范围内,由此向湖心逐渐递减,浓度梯度不太大,这表明大太湖湖水对西部排入的污染物的稀释自净作用较为显著。

(3) 大致在漫山岛—西山—泽山一线以东水域,由西向东,TP 的浓度反而逐渐增加,从湖心的 0.02mg/L 左右上升到约 0.035mg/L. 但事实上,1) 东部太湖水生植被的发展较为旺盛,需要消耗吸收水体中的营养盐(包括总磷),因而有明显降低水体中总磷浓度的作用;2) 这一区域并不存在十分显著的外源,由此,可以推断,这一线以东水域 TP 的分布可能受底泥释放项的影响较大. 因为,随着离点源(本文仅主要考

湖西部及梅梁湾内的点源)距离的增加,源的影响将逐渐减弱,动力输移因子 $\vec{u} \cdot \nabla c$ 及扩散因子 $E \nabla^2 c$ 的作用相对来说也逐渐降低;而这一线以东水域水深都较浅,大部分都小于1.7m,因而底泥释放项 $\alpha_r/H$ 的作用因之相对地增强,从而使湖水中TP浓度有所增加。

根据以上分析,可以认为,在边界条件保持稳定且不计其他生物、化学环境等的影响时,大太湖水体中TP浓度分布的控制因子主要有两类,动力输移、扩散和底泥释放。大致在小焦山—大雷山—新塘一线以西水域的主要控制因素为前者,而大致在漫山岛—西山—泽山一线以东水域的主要控制因素为后者。

## 2.2 湖流对TP输移扩散的影响

湖流对TP分布的影响主要表现在两个方面,流场形态(流向)及流速大小。

(1) 逆时针环流主导型流场(对应于W、SW及S风场)较之顺时针环流主导型流场(对应于E、NE及N风场)更为有利于TP的输移,即在逆时针环流形势下,TP的分布更为均匀一些,图3(10m/s, E)与图4(10m/s, W)的对比就是一个很好的例证。其原因可能是:在逆时针环流主导型的大太湖流场中,大致以焦山—大雷山一线为界,其东侧湖心区为较强盛的逆时针环流,其西侧近湖岸水域存在相对较弱小的顺时针环流(图2),因而这一线的流向较为一致地由北向南,与之伴随的由北向南对TP的输移的作用无疑十分有利于降低梅梁湾口附近的TP浓度( $\vec{u} \cdot \nabla c < 0$ ),即这一线由北向南的流动有利于污染物由北向南的输移。同样,湖西南部维持的较为一致的NW→SE偏东向的流动也有利于西部污染物的向东输移;然而在顺时针环流主导型流场情形下,与上述方向相反的流动的输移作用必然要小得多,因而相应地在梅梁湾口及湖西部水域,TP浓度等值线相对要密一些。

(2) 流速越大,输移扩散作用越显著。对比图3(10m/s, E)与图5(5m/s, E),不难发现这一点。其原因也较为简单,因为速度越大,水体交换则越快,扩散系数 $E$ 也越大,因而更为有利于污染物的输移扩散。

## 3 计算结果的证实

将本文的计算结果与1987—1988年的监测结果<sup>[1]</sup>进行对比,不难发现总的规律较为一致。如:1)梅梁湾由北向南湖水中TP浓度迅速递减,湾口处值大致在0.035mg/L左右;2)大太湖中TP的分布趋势是西部最高,中部最低,东部次高。总之,本文的计算结果较为可信。

## 4 结论

(1) 太湖水体中TP浓度分布的计算表明:本文推导、建立的适合于浅水湖泊污染物(TP)浓度分布计算的二维迎风有限元数值模式是合理、有效的,较之以往的湖泊水质模型,本模型在数学物理严谨性、问题的适应性以及实用性等方面都有一定改善;

(2) 湖流场对太湖水体中TP的分布有一定影响,一般而言,逆时针环流主导型流场及较大的流速更为有利于污染物(TP)输移、扩散;

(3) 大太湖水体的稀释自净能力较强,而梅梁湾内湖水的稀释自净能力很弱;

(4) 在不同水域,影响水体中的TP浓度分布的主要控制因素不同,大致在大焦山—大雷山—新塘一线以西,主要控制因素是入湖点污染源和动力输移扩散;而大致在漫山岛—西山—泽山一线以东,主要控制因素为底泥释放。

## 参 考 文 献

- 1 孙顺才等. 太湖. 北京, 海洋出版社, 1993
- 2 梁文根等. 太湖水体中的磷负荷分析. 水利学报, 1994, (11): 77-81
- 3 屠青琰等. 巢湖——富营养化研究. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1990
- 4 Pinder G F, *et al*. Finite element simulation in surface and subsurface hydrology. London: Academic Press Inc(London), 1977
- 5 Mizukane A. An implementation of the streamline-upwind/Petrov-Galerkin method for linear triangular elements. *Comput Meths Appl Mech Engeg*, 1985, **49**: 357-381
- 6 Kawahara M, *et al*. Selective lumping finite element methods for shallow water flow. *Intern J Numer Meths Fluids*, 1982, **2**: 83-112

## NUMERICAL STUDY ON THE DISTRIBUTION OF TP IN TAIHU LAKE AND THE IMPACT FROM LAKE CURRENT

Ma Shengwei<sup>1</sup>    Cai Qiming<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Yunnan Institute of Environmental Science, Kunming 650034)

<sup>2</sup>Nanjing Institute of Geography & Limnology, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210008)

### Abstract

A new upwinding finite element numerical model, which is two-dimensional and suitable for calculating concentrations of total phosphorus (TP) in shallow lakes considering major controlling factors of advection, dispersion, deposition and releasing from bottom, is derived. Moreover it is used in the research on the characteristics and effecting factors of TP distribution in Taihu Lake. Main results are:

- (1) The model presented is reasonable, valid and cost-effective;
- (2) Lake current produces certain impact on TP distribution in Taihu Lake. In general, the flow patterns dominated by anticlockwise circulation with a higher speed (velocity) are more beneficial to TP transportation and dispersion process;
- (3) The ability of diluting purification of the open water in Taihu Lake is much stronger than that of Meiliang Bay;
- (4) Major factors affecting TP concentration are different from region to region in Taihu Lake briefly, in the waterfield to the west of the line of Daojiao Hill-Dalei Hill-Xingtang, the major controlling factors are hydraulic transportation and dispersion, and to the east of the line of Manshan Island-West Hill-Zheshan Hill it is the releasing from the bottom sediment.

**Key Words** Total phosphorus, numerical simulation, transportation and dispersion, upwinding finite element method, Taihu Lake