第7卷 第1期
1995年3月

湖 泊 科 学
JOURNAL OF LAKE SCIENCES

Vol. 7, No. 1
Mar., 1995

浅水湖泊水质系统滤波模型研究

雒文生　　徐高洪
(武汉水利电力大学，武汉 430072)　(水利部长江水利委员会水文局，武汉 430010)

提要　本文建立了浅水湖泊水质系统滤波模型和相应算法。根据滇池流场比较稳定等特点，对湖泊进行单元分区，考虑模型误差扰动和观测误差扰动的存在，建立系统的状态方程和观测方程，然后采用吉尔(Gill)算法求解微分方程，进行系统多点连续模拟和实时预报。用此法对1988年滇池的BOD、COD时空变化进行连续预报，取得满意结果。

关键词　湖泊水质　滤波模型　水质预报

湖泊水质模型是湖泊水质模拟预测、规划管理的重要工具。其中以水动力学为基础的数值模拟计算较为普遍，即以动量守恒、质量守恒定律建立水动力学方程和污染物浓度方程。由于求解二维N-S方程时对流算子的非线性和非对称性，求解中往往会引起伪振荡和数值耗散，甚至不稳定。另外，这种方法计算工作量大，对输入资料要求甚高，实际应用中常常受到限制。从系统的观点分析，浅水湖泊实际上是一个多输入和多输出的定常或时变系统，其输入为河道入流、纳污等，输出为湖泊水质的时空变化。该系统特征可由一系列含状态变量的微分方程来描述。因此，可以通过建立和求解系统滤波模型的方法，模拟和预报湖泊水质随时间、空间的变化。

对湖泊水质系统而言，由于自然条件的广阔复杂和人力、物力的限制，资料采集只能在有限的测点上进行为数不多的离散观测，从而使这种情况采用的模型结构识别和参数估计步骤将不同于一般的系统分析方法。考虑这一特点，本文提出概念模型与系统分析相结合的方法建模及预测。

1　系统模型的建立

浅水湖泊垂向浓度分布近似均匀一致，从而使水质模型简化为二维问题。根据水平方向的浓度分布，将湖泊划分为 n 个单元，如图3所示的滇池被分为31个单元。对于某一单元，其水体浓度将由中心点的浓度来代表。

系统滤波模型包括二个矩阵方程——状态方程和观测方程。

1.1　状态方程

对某一单元 (i,j)，如图1所示，根据质量平衡原理，水质随时间的变化应有关系：

收稿日期：1993年7月6日；接受日期：1994年7月18日。
作者简介：雒文生，男，1936年生，教授、博士生导师。主要从事水文水环境的教学和科研工作。著有《河流水文学》、《人类活动水文学》，并发表"论森林对河川多年平均径流量的影响"等论文30余篇。

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$
\begin{aligned}
V_{i,j}\frac{\mathrm{d}c_{i,j}}{\mathrm{d}t} = {} & [Q_{i-\frac{1}{2},j}c_{i-\frac{1}{2},j} - Q_{i+\frac{1}{2},j}c_{i+\frac{1}{2},j} + Q_{i,j-\frac{1}{2}}c_{i,j-\frac{1}{2}} - Q_{i,j+\frac{1}{2}}c_{i,j+\frac{1}{2}}] \\
& + [F_{i-\frac{1}{2},j}D_x\frac{c_{i-1,j}-c_{i,j}}{\Delta x_{i-1\to i,j}} + F_{i+\frac{1}{2},j}D_x\frac{c_{i+1,j}-c_{i,j}}{\Delta x_{i+1\to i,j}} \\
& + F_{i,j-\frac{1}{2}}D_y\frac{c_{i,j-1}-c_{i,j}}{\Delta y_{i,j-1\to j}} + F_{i,j+\frac{1}{2}}D_y\frac{c_{i,j+1}-c_{i,j}}{\Delta y_{i,j\to j+1}}] \\
& + V_{i,j}\sum S_{i,j} + V_{i,j}g_{i,j}w_{i,j}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

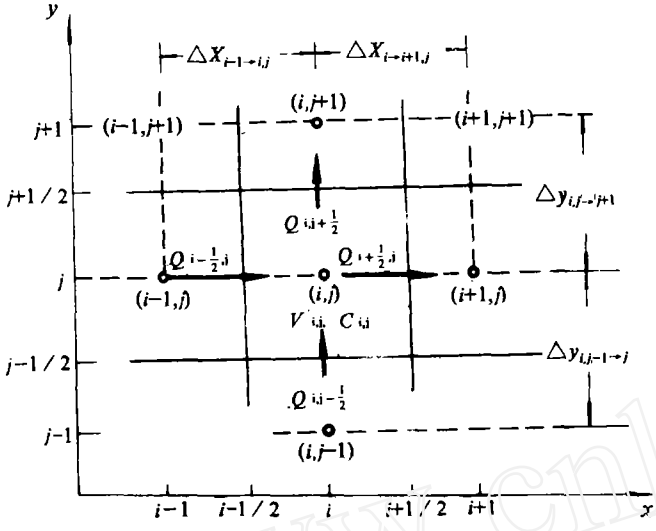

图1 计算单元水体示意图

Fig. 1 Schematic illustration of calculating unit of water volume

式中各变量的整数下标 $i-1, i, i+1, j-1, j$ 等，表示一个单元的中心在坐标 x, y 上的位置，分数下标 $i-\frac{1}{2}, i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}$ 等，表示两个相邻单元的交界面在坐标 x, y 上的位置；x 代表水流的主方向，y 为与 x 正交的流向；$V_{i,j}$ 表示 (i,j) 单元的水体体积，它与四周相邻单元间的界面面积为 $F_{i-\frac{1}{2},j}$、$F_{i+\frac{1}{2},j}$、$F_{i,j-\frac{1}{2}}$、$F_{i,j+\frac{1}{2}}$；Q 为通过某一界面的流量，例如 $Q_{i-\frac{1}{2},j}$ 为通过 $F_{i-\frac{1}{2},j}$ 从 $(i-1,j)$ 单元到 (i,j) 单元的流量；c 为某一污染物浓度，例如 $c_{i,j}$ 为某种污染物在 $V_{i,j}$ 中心的浓度，$c_{i-\frac{1}{2},j}$ 为界面 $F_{i-\frac{1}{2},j}$ 上的浓度；D_x、D_y 分别为某种污染物沿 x、y 向的扩散系数，Δx、Δy 为两个相邻单元中心在坐标 x、y 上的间距；$\sum S_{i,j}$ 表示 (i,j) 单元的源强；$W_{i,j}$ 为 (i,j) 单元的模型计算浓度随机误差，即目前由于对模型机制和某些因素影响的认识还不够完善，如大气降水和干沉降输入、底泥的悬浮和悬浮物的沉降等尚缺乏规律性的认识，建模中难以周全考虑，从而使计算结果产生误差，称之为系统噪声；该项误差将随着人们对客观规律的认识不断完善而减少，不过，误差总是存在的，所以作为噪声予以处理是完全必要的。$g_{i,j}$ 为单元系统噪声权重系数。

两相邻单元界面上的污染浓度与该相邻单元中心点的浓度有关，可近似线性组合表示：

$$
\left.
\begin{aligned}
c_{i-1/2,j} &= \alpha c_{i-1,j} + \beta c_{i,j} \\
c_{i+1/2,j} &= \alpha c_{i,j} + \beta c_{i+1,j} \\
c_{i,j-1/2} &= \alpha c_{i,j-1} + \beta c_{i,j} \\
c_{i,j+1/2} &= \alpha c_{i,j} + \beta c_{i,j+1} \\
\alpha + \beta &= 1
\end{aligned}
\right\}
\tag{2}
$$

式中 α、β 为界面污染浓度权重系数。

生物需氧量 BOD 和化学需氧量 COD 降解，用一级反应动力学关系计算，则 (i,j) 单元的源强为：

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\sum S_{i,j} = u_{i,j} - kc_{i,j} \tag{3}$$

式中，对于BOD，c 即BOD浓度，$k = k_1$，为BOD的降解速率系数；对于COD，c 为其浓度，$k = k_2$ 为其的降解速率系数；$u_{i,j}$ 为(i,j) 单元的污染负荷强度，即河流等向单元水体的总的排污率，排入为正，排出为负。

将式(2)、(3) 代入式(1)，整理后得(i,j) 单元水质状态变化微分方程：

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}c_{i,j}}{\mathrm{d}t} = {} & a_{i-1,j}c_{i-1,j} + a_{i,j}c_{i,j} + a_{i+1,j}c_{i+1,j} + a_{i,j-1}c_{i,j-1} \\ & + a_{i,j+1}c_{i,j+1} + b_{i,j}u_{i,j} + g_{i,j}w_{i,j}\end{aligned} \tag{4}$$

式中：

$$\left.\begin{aligned}
a_{i-1,j} &= \frac{1}{V_{i,j}}\left(\alpha Q_{i-1/2,j} + F_{i-1/2,j}\frac{D_x}{\Delta x_{i-1\to i,j}}\right) \\
a_{i,j} &= \frac{1}{V_{i,j}}\Big[\left(\beta Q_{i-1/2,j} - F_{i-1/2,j}\frac{D_x}{\Delta x_{i-1\to i,j}}\right) - \left(\alpha Q_{i+1/2,j}\right. \\
&\quad \left. + F_{i+1/2,j}\frac{D_x}{\Delta x_{i\to i+1,j}}\right) + \left(\beta Q_{i,j-1/2} - F_{i,j-1/2}\frac{D_y}{\Delta y_{i,j-1\to j}}\right. \\
&\quad - \left(\alpha Q_{i,j+1/2} + F_{i,j+1/2}\frac{D_y}{\Delta y_{i,j\to j+1}}\right) - k \\
a_{i+1,j} &= \frac{1}{V_{i,j}}\left(-\beta Q_{i+1/2,j} + F_{i+1/2,j}\frac{D_x}{\Delta x_{i\to i+1,j}}\right. \\
a_{i,j-1} &= \frac{1}{V_{i,j}}\left(\alpha Q_{i,j-1/2} - F_{i,j-1/2}\frac{D_y}{\Delta y_{i,j-1\to j}}\right) \\
a_{i,j+1} &= \frac{1}{V_{i,j}}\left(-\beta Q_{i,j+1/2} + F_{i,j+1/2}\frac{D_y}{\Delta y_{i,j\to j+1}}\right)
\end{aligned}\right\} \tag{4a}$$

$$b_{i,j} = \frac{1}{V_{i,j}} \tag{4b}$$

对于 n 个单元，每个单元都可写出上面的质量 方程，n 个方程联立，化为矩阵形式，得整个湖泊以矩阵方式描述的系统状态微分方程：

$$\frac{\mathrm{d}C(t)}{\mathrm{d}t} = AC(t) + BU(t) + GW(t) \tag{5}$$

式中，$C(t) = [c_1(t), c_2(t), \cdots\cdots, c_n(t)]^{\mathrm{T}}$，为 t 时 n 个单元的污染浓度列向量；$U(t) = [u_1(t), u_2(t), \cdots\cdots, u_n(t)]^{\mathrm{T}}$，表示 t 时 n 个单元污染物质输入的负荷强度列向量；$W(t) = [w_1(t), w_2(t), \cdots\cdots, w_n(t)]^{\mathrm{T}}$，表示 t 时 n 个单元的浓度模型计算随机误差列向量，称系统噪声列向量；$A = [a_{i,j}](i = 1,2,\cdots\cdots,n; j = 1,2,\cdots\cdots,n)$ 为单元污染浓度状态转移矩阵；$B = [b_{i,j}]$ 为输入变量分配矩阵$(i = 1,2,\cdots\cdots,n; j = 1,2,\cdots\cdots,n)$；$G = [g_{i,j}]$ 为系统噪声分配矩阵$(i = 1,2,\cdots\cdots,n; j = 1,2,\cdots\cdots,n)$。

1.2　观测方程

t 时对系统中设有监测点的单元观测的水质浓度值，以向量 $Z(t)$ 表示，它与系统状态变量 $C(t)$ 的关系可表达为如下的观测方程：

$$Z(t) = H(t)C(t) + M(t) \tag{6}$$

式中，$Z(t) = [z_1(t), z_2(t), \cdots\cdots, z_l(t)]^{\mathrm{T}}$，为 t 时对 l 个单元观测的浓度列向量；$H(t) =$

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$[h_{i,j}(t)]$为水质浓度观测分配矩阵($i=1,2,\cdots\cdots,n;j=1,2,\cdots\cdots,n$),由观测点在系统单元中的位置确定;$M(t)=[m_1(t),m_2(t),\cdots\cdots,m_l(t)]^{\mathrm{T}}$,为观测随机误差列向量,称观测噪声向量。

式(5)、(6)即是建立的浅水湖泊水质系统滤波模型,应用滤波递推方法求解,从而作出水质实时过程预报。

2 系统状态滤波预报方法

2.1 系统滤波递推方程

2.1.1 观测滤波方程 根据 $t=t_k$ 时已观测的状态变量 $Z(t_k)=[z(t_0),z(t_1),\cdots\cdots,z(t_k)]^{\mathrm{T}}$,按无偏最小方差估计原理,由观测方程得 $t=t_k$ 时的状态变量最优滤波估计值为:

$$\hat{C}(t_k|t_k)=\hat{C}(t_k|t_{k-1})+K(t_k)[Z(t_k)-H(t_k)\hat{C}(t_k|t_{k-1}] \tag{7}$$

和 $\hat{C}(t_k|t_k)$ 的估计误差协方差阵:

$$P(t_k|t_k)=P(t_k|t_{k-1})-K(t_k)H(t_k)P(t_k|t_{k-1}) \tag{8}$$

式中 $K(t_k)$ 称卡尔曼(Kalman)滤波增益矩阵,依下式计算:

$$K(t_k)=P(t_k|t_{k-1})H^{\mathrm{T}}(t_k)[(H(t_k)P(t_k|t_{k-1})H^{\mathrm{T}}(t_k)+R]^{-1} \tag{9}$$

$P(t_k|t_{k-1})$ 为 t_{k-1} 时预测的状态变量 $\hat{C}(t_k|t_{k-1})$ 的误差协方差阵,计算式为:

$$P(t_k|t_{k-1})=\Phi(t_k)P(t_{k-1}|t_{k-1})\Phi^{\mathrm{T}}(t_k)+G(t_k)qG(t_k) \tag{10}$$

其中 q、R 分别为系统噪声 $W(t)$ 和观测噪声 $M(t)$ 的方差,白噪声序列时,q、R 为常数,通过优选确定;$\Phi(t_k)$ 为状态由 $C(t_{k-1})$ 向 $C(t_k)$ 转变的转移矩阵,与 A 的关系为$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=A\Phi$。

通过对观测值的滤波计算,由式(7)、(8)求得 t_k 时的状态最优滤波估计 $C(t_k|t_k)$ 和 $P(t_k|t_k)$,以便进一步由系统方程进行状态预报。

2.1.2 状态滤波预报方程 按系统预报误差为无偏估值的要求,由式(5)得状态预报微分方程为:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\hat{C}(t)=AC(t)+BU(t)$$

式中 $\hat{C}(t)$ 为预报的 t 时刻状态变量最优滤波值。该式为非齐次线性微分方程,由积分变换法解得:

$$C(t_k|t_{k-1})=\Phi(t)\hat{C}(t_{k-1}|t_{k-1})+\int_{t_{k-1}}^{t_k}\Phi(t)BU(t)\mathrm{d}t \tag{11}$$

同时还可求得:

$$P(t_k|t_{k-1})=\Phi(t)+P(t_{k-1}|t_{k-1})\Phi^{\mathrm{T}}(t)+\int_{t_{k-1}}^{t_k}\Phi(t)GqG^{\mathrm{T}}\Phi^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{d}t \tag{12}$$

当系统参量 A、B、G、q、R 在时域(t_{k-1},t_k) 间保持不变和观测时距固定的情况下,方程(11)、(12) 的形式是方便的,这种情况下,$\Phi(t)$ 和$\int_{t_{k-1}}^{t_k}\Phi(t)GqG^{\mathrm{T}}\Phi^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{d}t$ 对所有的观测时域都是相同的,只需计算一次就可以了。如果系统为时变的,那么状态预报方程直接采用微分方程的形式更为有效,即:

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}C(t|t_{k-1}) = A\hat{C}(t|t_{k-1}) + BU(t) \tag{13}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}P(t|t_{k-1}) = AP(t|t_{k-1}) + P(t|t_{k-1})A^T + GqG \tag{14}$$

实用中,采用吉尔(Gill)方程求解方程(13)、(14),由 t_{k-1} 积分到 t,便得到$[t_{k-1},t_k]$ 间的 $\hat{C}$、P 中间过程值 $\hat{C}(t|t_{k-1})$ 和$(Pt|t_{k-1})$,其终值即 $\hat{C}(t_k|t_{k-1})$ 和 $P(t_k|t_{k-1})$。

2.2　状态滤波预报计算过程

按上述原理,滤波递推计算进行水质过程预报的步骤可简要归纳如下:

(1)取预报开始时 $(t=t_{k-1}=0)$ 的滤波估计值 $\hat{C}(t_{k-1}|t_{k-1})=\hat{C}(0|0)$ 和 $P(t_{k-1}|t_{k-1})=P(0|0)$,一般可通过初始信息,用二点法估计[4]。初值不一定估计的很准,因为其取值仅对开始几个时段的预测有影响,对后来的预测则影响很小。

(2)按式(13)预报时段内 t 时刻和时段末 t_k 时刻的各单元水质浓度 $\hat{C}(t|t_{k-1})$、$\hat{C}(t_k|t_{k-1})$,同时按式(14)计算相应的预报误差协方差阵 $P(t|t_{k-1})$、$P(t_k|t_{k-1})$。

(3)按式(9)计算增益矩阵 $K(t_k)$。

(4)由式(7)、(8)计算 $t=t_k$ 时的状态最优滤波估计 $\hat{C}(t_k|t_k)$ 和相应的误差协方差阵 $P(t_k|t_k)$。

(5)将 t_k 赋于 t_{k-1},回到第 2 步由 $\hat{C}(t_{k-1}|t_{k-1})$ 和 $P(t_{k-1}|t_{k-1})$ 重新开始递推计算及预报。如此,不断地进行预报→滤波→再预报→再滤波……,从而预报出各单元水质变化过程。

2.3　算法稳定性分析

由以上建立的水质系统滤波模型知,状态方程和观测方程中各系数矩阵 A、B、G、H 在一定时域内为常数阵,且取系统噪声和观测噪声为平稳白噪声,$q>0$、$R>0$,由柯莱姆矩阵性质,可得下面的可控性和可观性条件:

$$\left.\begin{aligned}&\mathrm{rank}[G\Phi G\cdots\cdots\Phi^{n-1}G]=n\\&\mathrm{rank}[H^{\mathrm{T}}\Phi^{\mathrm{T}}H^{\mathrm{T}}\cdots\cdots(\Phi^{\mathrm{T}})^{n-1}H^{\mathrm{T}}]=n\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

式中 n 为状态变量的维数,在这里即整个单元数,对于滇池 $n=31$。上述建立的系统滤波模型能满足式(15)的两个条件,从而保证了该滤波递推算法的稳定性。

3　浅水湖泊水质系统滤波模型在滇池的应用

3.1　滇池水环境概况

滇池位于昆明市南郊,为云贵高原最大的淡水湖泊,是全国著名的旅游胜地之一。其集水面积为 2920km²,如图 2 所示。有众多的河流,如盘龙江、大清河、宝象河、梁王河、东大河等注入其中,唯一出口是海口河,有闸门控制,整年水位比较稳定。滇池历年平均水位为 1886.2m,水面面积为 298km²,平均水深 3.9m,最大水深仅 6.0m,为典型的浅水湖泊,蓄水容量 $11.7\times10^8\mathrm{m}^3$。由于受西风南支急流及西南季风的交替影响,气候年内变化具有干湿分明的季节特征。5～10 月湿润多雨,称湿季;11 月～次年 4 月干旱少雨,称旱季。全年风向以西南风为主。

滇池以海埂为界,北侧称草海,南侧为外海。其主体为外海,草海仅为水面较宽的入流通

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

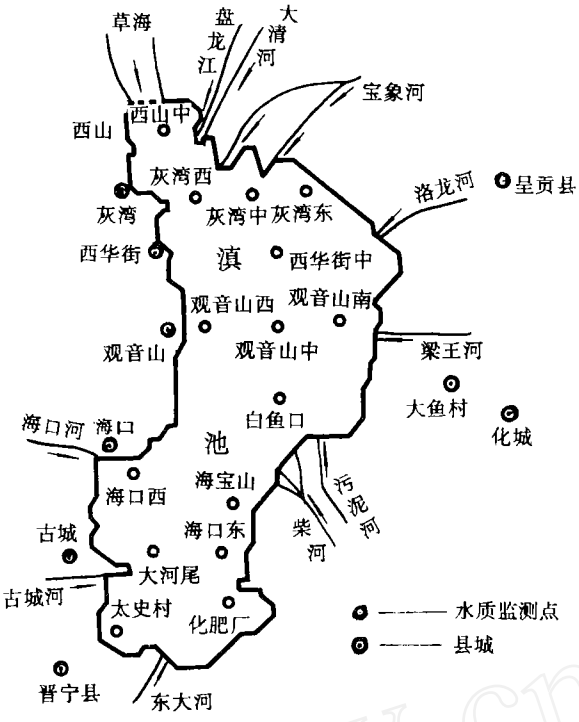

图2 滇池水质测点分布图

Fig. 2 Distribution of the water quality monitoring point in Dianchi Lake

道。草海紧靠昆明市城区，通过船房河、大观河等接纳大部分城市污水及西南郊工业废水，目前已进入明显富营养化状态。外海靠近海埂处有盘龙江、大清河、宝象河将昆明城区部分污水及郊区部分工业废水汇入湖中。外海下段昆阳、海口一带工厂将废水直接排放入湖，故上述水域污染明显。外海中段湖水较深，西岸傍山，东岸为农田，工业污染源较小，水质尚好。但就整个滇池来说，水质正在迅速恶化，急待采取有力措施，进行防治和控制管理。

3.2 单元水体划分和系数矩阵的确定

3.2.1 系统单元划分 对于整个滇池(外海)系统，考虑以下主要因素进行单元划分：

(1) 湖泊流场 根据滇池气候、水文特征，分为湿、旱两个季节，在平均出、入流，平均水位及风速下，采用有限分析法按水动力学原理计算了这两种情况的典型流场，划分单元时尽量使单元边界与流线平行或正交。有涡时，应保持涡的完整性，以使计算的单元界面交换水量准确。

(2) 观测点位置 在湖泊中布设了15个具有一定代表性的监测点，如图2所示，划分单元时，尽量使监测点比较均匀地分布在水质系统的计算单元中，使建立的观测方程较好地表达整个系统的状态特征。

(3) 湖泊形状 流场与湖泊形状密切相关，如靠西岸主流区流线密集，单元分得要小一些，在流线平缓稀疏区单元一般要大一些，既使计算工作量减少，又使单元内浓度变化比较一致，由中心点浓度进行线性组合来反映界面浓度更加符合实际。

(4) 边界条件 主要是入、出湖河流分布。应使划分单元能体现它们在系统中的空间变化的同时，又能保证计算的单元流进、流出水量及污染负荷比较准确。例如图3中柴河分三支注入第21单元，划分单元时就要避免将三个分支置入不同的单元，从而引起划分各支水量的困难。

考虑以上因素，将滇池划分成31个单元，分别按湿季、旱季流场计算各单元间水量交换的流向和流量，例如图3。为计算和绘制的湿季单元水量交换情况。

3.2.2 系数矩阵计算

(1) 状态方程的系数矩阵 根据31个单元的位置进行编号，如图3，对每个单元计算它的体积V、相邻单元间的界面面积F、中心点间的距离Δx、Δy、交换流量Q、污染负荷强度u。

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

结合待优选的参数——扩散系数 D_x、D_y、降解系数 k、浓度分配系数 α、β，按式(4a)、(4b)进一步算出各单元的 $a_{i,j}$、$b_{i,j}$，依次按矩阵排列方式列出每个单元的状态方程，其中状态变量 c 的系数即组成状态转移矩阵 A、污染负荷变量 u 的系数即组成输入变量分配矩阵 B、系统噪声 w 的系数即组成噪声分配矩阵 G。系数矩阵 Φ 则由 A 转换而得。

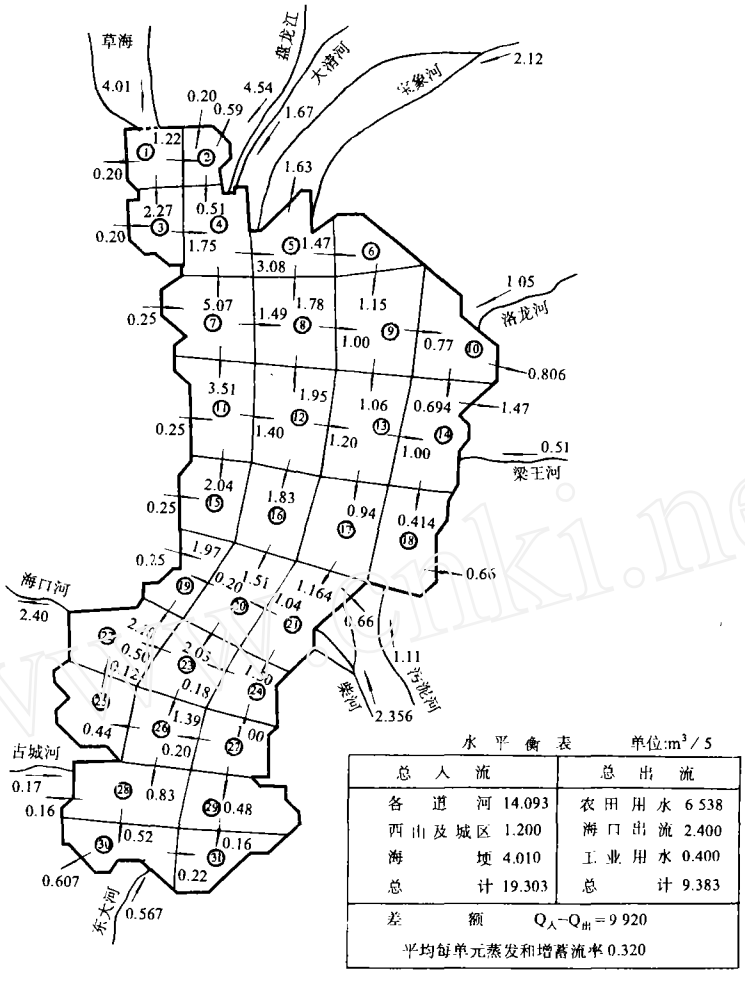

图 3　滇池单元划分及单元水量交换(湿季)

Fig. 3　The division of calculating unit and the exchange of unit water volume (wet season) in Dianchi Lake

(2) 浓度观测分配矩阵 H　将滇池中布设的 15 个监点进行编号，根据它们在 31 个计算单元中的位置，结合状态变量顺序，依次按矩阵排列方式列出每个测点的观测方程，其中状态变量 c 的系数即组成观测矩阵 H。

3.3　模型参数优选

参数优选采用残差平方和最小准则，即：

$$J(\theta) = \min\{\sum_{i=1}^{l}\sum_{k=0}^{N}[\hat{C}_i(t_k) - Z_i(t_k)]^2\} \tag{16}$$

式中 $\hat{C}_i(t_k)$ 为按建立的系统滤波模型用递推算法计算的第 i 个测点在 t_k 时的浓度预报值；

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表1 滇池1988年各月BOD浓度模拟预测与实测情况对比* 单位:mg/L

Tab. 1 Comparison between prediction and observation of monthly BOD density in Dianchi Lake in 1988

站名	项目	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
西山中	计算值	2.80	4.59	6.53	2.40	5.40	9.81	6.15	9.11	2.16	2.86	3.74	2.90
	实测值	2.68	4.27	7.00	1.73	4.16	8.90	5.32	7.91	1.34	1.64	3.46	2.40
	相对误差(%)	4.50	7.5	6.7	38.7	29.8	10.2	15.6	15.2	61.0	74.4	8.1	20.8
灰湾西	计算值	2.67	4.61	8.02	2.89	6.03	2.72	3.92	7.53	3.73	2.56	3.54	4.37
	实测值	2.73	4.42	7.37	3.40	5.44	2.77	3.71	7.00	3.52	2.46	3.17	4.10
	相对误差(%)	2.2	4.3	8.8	15.0	10.8	1.8	5.70	7.6	5.9	4.0	11.7	6.6
灰湾中	计算值	2.67	3.00	4.80	3.54	1.93	2.09	3.51	4.89	2.00	1.89	1.92	1.57
	实测值	2.75	3.24	5.20	1.54	2.21	4.85	3.68	5.31	1.34	1.26	2.58	1.71
	相对误差(%)	2.9	7.4	7.7	129.9	12.7	56.2	4.6	7.9	49.2	50.0	25.6	8.2
灰湾东	计算值	2.89	3.28	4.83	3.31	1.29	2.54	2.84	4.49	1.41	1.87	2.22	3.31
	实测值	2.81	3.79	5.27	2.79	1.64	2.89	2.63	5.84	1.45	2.76	1.69	3.30
	相对误差(%)	2.8	13.4	8.3	18.6	21.3	12.1	7.9	23.1	2.7	32.2	31.3	0.3
西华街中	计算值	2.92	3.64	5.13	1.56	2.22	4.69	3.12	5.19	1.66	1.44	2.85	1.87
	实测值	3.04	4.22	6.45	1.07	1.75	3.79	2.62	7.12	1.49	1.57	3.30	1.98
	相对误差(%)	3.9	13.7	20.5	45.8	26.8	23.7	19.1	27.1	11.4	8.3	13.6	5.5
观音山西	计算值	1.73	3.51	4.30	3.69	4.14	3.59	4.40	4.70	2.35	3.46	4.01	3.39
	实测值	1.81	3.72	5.18	3.56	4.78	3.48	4.17	5.65	1.63	3.60	4.32	3.50
	相对误差(%)	4.4	5.5	16.9	3.7	13.4	3.2	5.5	16.8	44.2	3.8	7.2	3.1
观音山中	计算值	3.48	3.06	3.41	1.75	2.43	1.87	3.36	5.78	1.42	1.28	3.14	2.68
	实测值	3.67	3.20	4.32	1.88	2.55	1.65	3.54	6.06	1.50	1.38	3.31	2.73
	相对误差(%)	4.9	4.4	21.1	5.3	4.70	13.3	5.1	4.9	5.3	7.2	5.4	1.8
观音山东	计算值	2.87	2.47	5.80	1.60	2.61	2.44	4.07	3.74	2.51	1.43	2.29	2.37
	实测值	3.00	2.46	6.14	1.68	2.73	2.65	4.26	3.79	1.85	1.38	2.41	2.86
	相对误差(%)	4.3	0.4	4.56	4.8	4.4	7.9	4.5	1.3	35.7	3.6	5.0	17.1
白鱼口	计算值	2.10	3.74	3.67	1.36	2.08	2.17	3.69	3.01	2.60	2.81	3.55	2.35
	实测值	2.33	4.20	4.09	1.07	2.33	2.43	4.15	3.37	2.76	3.20	4.03	2.50
	相对误差(%)	9.87	10.9	10.2	7.1	10.7	10.7	11.1	10.7	5.8	12.2	11.9	6.0
海口西	计算值	2.58	2.48	5.89	4.14	3.01	3.07	3.58	4.39	1.52	1.69	3.70	2.77
	实测值	2.70	2.71	6.14	3.08	3.57	4.22	3.61	4.56	1.61	1.80	3.90	2.40
	相对误差(%)	4.4	8.5	4.4	34.4	15.6	27.2	0.8	3.7	5.6	6.1	5.2	15.4
海宝山	计算值	2.52	2.38	3.81	2.54	3.70	2.69	2.10	4.77	1.78	1.73	2.28	1.78
	实测值	2.65	2.68	4.00	1.78	3.93	2.28	2.42	5.04	1.92	1.86	2.43	1.70
	相对误差(%)	4.9	11.2	4.8	42.7	5.9	18.0	13.2	5.4	7.3	6.9	6.2	4.7
大河尾	计算值	2.67	2.47	4.00	2.67	2.37	3.36	7.57	6.23	1.43	1.34	2.44	3.75
	实测值	2.79	2.16	5.16	2.66	2.74	3.27	7.77	6.05	1.60	1.44	2.90	3.84
	相对误差(%)	4.3	14.3	22.4	1.0	13.5	2.7	2.6	3.0	10.6	6.9	15.9	2.3
化肥厂	计算值	2.65	2.87	5.59	0.97	2.78	2.78	3.61	4.19	3.68	2.61	2.73	3.88
	实测值	2.80	2.96	5.90	1.02	2.93	3.30	2.95	5.00	3.34	2.58	2.87	4.10
	相对误差(%)	7.5	3.0	5.2	5.0	5.1	18.2	22.4	16.2	10.2	1.2	4.9	5.4
太史村	计算值	2.55	3.79	6.33	1.95	2.72	3.29	2.82	5.45	1.81	1.94	2.80	1.63
	实测值	2.80	4.18	7.00	2.15	3.00	3.61	3.05	5.75	1.74	2.10	2.72	1.60
	相对误差(%)	8.9	9.3	9.6	9.3	9.3	8.9	7.5	5.2	4.0	7.6	2.9	1.9

* 表中观测值引自中国环境科学研究院提供的滇池水质监测资料

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$Z_i(t_k)$ 为第 i 个测点在 t_k 时的观测值。滇池测点数 $l=15$。N 为率定模型参数时应用资料的测次数。通过逐步调整参数 k、D_x、D_y、α 和 β 使 $J(\theta)$ 达到最小,此时的参数即优选的参数。滇池仅有一年(1988 年)完整的观测资料,故采用上半年的 BOD、COD 记录率定模型参数,下半年的资料以检验模型的有效性。优化过程表明,k 最灵敏,D_x、D_y 次之,再次为 α、β。最后优化的结果为:(1) 对于 BOD,$k_1=0.008/\mathrm{d}$、$D_x=0.35\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$、$D_y=0.025\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$、$\alpha=0.9$、$\beta=0.1$;(2) 对于 COD,$k_2=0.007/\mathrm{d}$、$D_x=0.025\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$、$D_y=0.015\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$、$\alpha=0.9$、$\beta=0.1$。表 1 列举了 BOD 的模拟预测过程与实测过程的对比。对两种污染浓度的模拟预测结果表明,该模型精度令人满意。

4 结　语

(1) 本文建立了浅水湖泊水质系统滤波模型,对滇池 BOD、COD 全年进行模拟预测,精度比较满意。该法避开了一般黑箱模型方法建模所需要大量序列资料以及识别模型结构的困难,直接从水动力学、质量平衡原理、反应动力学关系出发,建立状态微分方程和观测方程。是一种有效的途径。

(2) 在水质系统滤波模型中,将确定性关系与随机干扰结合起来考虑,通过不断观测的信息资料进行滤波预报,扩大了模型的信息量,从而提高了预报精度。

(3) 公式(13)、(14)是微分方程,只要获得输入 $U(t)$ 就可以连续运算各个时刻的 $\hat{C}(t)$、$P(t)$。取样观测间隔时间可以是非均匀的,采样位置和个数也可以改变。另外,它可以同时计算多指标变量,如 BOD-DO 模型,这只需在系统矩阵中增加维数,方程的基本形式及解法不变。

(4) 本次对滇池水质预测计算中,在考虑气象因素的影响时,仅划分为湿季和干季流场,这只是针对这里的特点所作的近似。当用于其它地方时,应结合那里的具体情况适当分期,如分月计算,既保证模拟精度,又尽量节约机时。

(5) 该模型基本上是单一水质系统滤 波模型,如何将多变量生态因素相互结合起来建模和预测,是值得继续研究的问题。

致谢　本文研究过程中,曾得到刘玉生教授的大力支持和资料提供,对此深表感谢。

参 考 文 献

1 W 金士博. 水环境数学模型. 北京:中国建筑工业出版社,1987

2 高钟毓. 工程系统中的随机过程——随机分析与最优滤波. 北京:清华大学出版社,1989

3 Gerald T O. Mathematical modeling of water quality-streams. Lakes and Reservoirs. University of California, 1982

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

RESEARCH ON WATER QUALITY SYSTEMATICAL FILTER MODEL IN A SHALLOW LAKE

Luo Wensheng
(*Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering*, *Wuhan* 430072)

Xu Gaohong
(*Yangtze River Water Resources Committee*, *Wuhan* 430010)

Abstract

A water quality systematical filter model and its algorithm in a shallow lake have been established. On the basis of relative stability of flow field, considering the disturbances of model error and observation error, the systematical state equation and observation equation can be gained by dividing the lake into calculated units. The model has properties of continuous simulation and real-time prediction by employing Gill method to solve differential equation. BOD and COD concentrations during 1988 in Dianchi Lake in Yunnan Province have been simulated. The computed results by using this model are in good agreement with the observed field data.

Key Words Water quality, filter model, water quality prediction

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net